Нгуен Ван Хьеу, А. Н. Тавхелидзе, К вопросу об унитарности S-матрицы в нарушенной симметрии $SL(6)$, *Докл. АН СССР*, 1966, том 167, номер 4, 792–794

Доклады Академии наук СССР
1966. Том 167, № 4

УДК 539.128.417+539.125 — *ФИЗИКА*

НГУЕН ВАН ХЬЕУ, А. Н. ТАВХЕЛИДЗЕ

К ВОПРОСУ ОБ УНИТАРНОСТИ S-МАТРИЦЫ В НАРУШЕННОЙ СИММЕТРИИ SL (6)

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 21 VII 1965)

В работах ([1], [2]) было отмечено, что инвариантность S-матрицы относительно группы $SL(6)$ ([3–9]) (или группы $\tilde{U}(12)$ ([10], [11])) несовместима с условием унитарности. Однако, так как волновые уравнения даже для свободных частиц нарушают симметрию $SL(6)$, то мы не имеем основания потребовать инвариантность S-матрицы относительно группы $SL(6)$. Мы покажем, что если нарушение симметрии $SL(6)$ учитывается, то S-матрица унитарна. Более того, само условие унитарности инвариантно относительно группы $SL(6)$, если в нем присутствуют 36-мерные импульсы вместо обычных 4-импульсов.

Как было показано в ряде работ, инвариантность относительно группы $SL(6)$ требует существования 36-мерных импульсов $(P)^{A}_{\dot B}$ и $(P)^{\dot A}_{B}$, $A = (\alpha a)$, $\alpha = 1, 2, 3$, $a = 1, 2$, которые преобразуют как соответствующие спиноры группы $SL(6)$. Инвариантное относительно группы $SL(6)$ волновое уравнение для кварков, например, имеет вид

$$(iP)^{\dot A}_{B}\varphi^{B} + m\chi^{\dot A} = 0, \quad (iP)^{A}_{\dot B}\chi^{\dot B} + m\varphi^{A} = 0. \tag{1}$$

Если в этом уравнении сделать замену

$$(P)^{\dot A}_{B} \to (p)^{\dot a}_{b}\,\delta^{\alpha}_{\beta}, \quad (P)^{A}_{\dot B} \to (p)^{a}_{\dot b}\,\delta^{\alpha}_{\beta}, \tag{2}$$

то получим уравнение Дирака. Матричные элементы процессов рассеяния и вершинные функции явно содержат не только волновые ф у н к ц и и н а ч а л ь н ы х и конечных частиц, но и их импульсы *. Если ввести 36-мерные импульсы вместо обычных 4-импульсов, то матричные элементы инвариантны относительно группы $SL(6)$, а после замены (2) симметрия $SL(6)$ нарушается.

В качестве примера рассмотрим рассеяние нейтрального скалярного мезона (синглет) на кварке. Согласно предложенному методу, мы сначала рассмотрим 4-импульсы мезонов и кварков в начальном и конечном состояниях k_1, p_1, k_2, p_2 соответственно как компоненты тензоров $(K_i)^{\dot A}_{B}$, $(P_i)^{\dot A}_{B}$ и $(K_i)^{A}_{\dot B}$, $(P_i)^{A}_{\dot B}$. Пара тензоров K_i эквивалентна системе девяти 4-векторов $(k_i)_{\mu}{}^{j}$ и девяти 4-псевдовекторов $(l_i)_{\mu}{}^{j}$, $j = 0, 1, \ldots, 8$, $\mu = 1, 2, 3, 4$, а пара тензоров P_i — системе 4-векторов $(p_i)_{\mu}{}^{j}$ и 4-псевдовекторов $(q_i)_{\mu}{}^{j}$:

$$\begin{aligned}(K_i)^{A}_{\dot B} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{\mu=1}^{4}\sum_{j=0}^{8}(\lambda_j)^{\alpha}_{\beta}\,[(k_i)^{j}_{\mu} + (l_i)^{j}_{\mu}]\,(\sigma_{\mu})^{a}_{b}, \\ (K_i)^{\dot A}_{B} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{\mu=1}^{4}\sum_{j=0}^{8}(\lambda_j)^{\alpha}_{\beta}\,[(k_i)^{j}_{\mu} - (l_i)^{j}_{\mu}]\,(\sigma_{\mu})^{\dot a}_{b},\end{aligned} \tag{3}$$

* Члены, явно содержащие импульсы, называются в работе ([12]) нерегулярными. Существование таких нерегулярных структур в матричных элементах было отмечено впервые в работе ([7]) одного из авторов, где был предложен так называемый шпурионный формализм теории нарушенной симметрии $SL(6)$, а затем независимо в работе ([12]). В работе ([8]), посвященной изучению структуры векторных и аксиальных токов, учитываются вклады от всех нерегулярных структур.

и аналогично для тензоров P_i. Квадратичный инвариант для импульса K, например, равен

$$\frac{1}{3}(K)^{A}_{\dot{B}}(K)^{\dot{B}}_{A}=\sum_{j}[(k^j)^2-(l^j)^2]=\sum_{j,\,\mu}[k^j_{\mu}k^j_{\mu}-l^j_{\mu}l^j_{\mu}], \tag{4}$$

инвариантный элемент объема равен

$$\frac{1}{(2)^{36}}\prod_{A,\,\dot{B}} d\,(K)^{A}_{\dot{B}}\prod_{\dot{C},\,D} d\,(K)^{i}_{D}=\prod_{j=0}^{8} d^4k^j\,d^4\,l^j, \tag{5}$$

а инвариантная δ-функция имеет вид

$$(2)^{36}\delta^{36}\,(K^{A}_{\dot{B}})\,\delta^{36}\,(K^{\dot{A}}_{B})=\delta^{36}\,(k^j)\,\delta^{36}\,(l^j). \tag{6}$$

Матричный элемент рассматриваемого процесса, содержащий 36-импульсы K_i и P_i и инвариантный относительно группы $SL(6)$, можно написать следующим образом:

$$\begin{aligned}M_{fi}={}&(2\pi)^{72}\delta^{36}(p_1{}^j+k_1{}^j-p_2{}^j-k_2{}^j)\,\delta^{36}(q_1{}^j+l_1{}^j-q_2{}^j-l_2{}^j)\cdot\times\\&\times\Big\{A\,(P_2,K_2;\,P_1,K_1)\,[\bar{\varphi}\,(P_2)_{\dot{A}}\chi\,(P_1)^{\dot{A}}+\bar{\chi}(P_2)_A\varphi\,(P_1)^A]+\\&+B\,(P_2,K_2;\,P_1,K_1)\Big[\bar{\varphi}(P_2)_{\dot{A}}\left(i\,\frac{K_1+K_2}{2m}\right)^{\dot{A}}_{B}\varphi\,(P_1)^B+\\&+\bar{\chi}\,(P_2)_A\left(i\,\frac{K_1+K_2}{2m}\right)^{A}_{\dot{B}}\chi\,(P_1)^{\dot{B}}\Big]\Big\}.\end{aligned} \tag{7}$$

Фазовый объем, инвариантный относительно группы $SL(6)$, например, для мезона с массой μ равен

$$\frac{1}{(2\pi)^{72}}\sum_{j=0}^{8} d^4k^j d^4l^j\,2\pi\delta\left(\sum_j (k^j)^2-\sum_j (l^j)^2+\mu^2\right). \tag{8}$$

Условие унитарности в двухчастичном приближении имеет вид:

$$\begin{aligned}&\operatorname{Im}A\,(P_2,K_2;\,P_1,K_1)\,[\bar{\varphi}\,(P_2)_{\dot{A}}\chi(P_1)^{\dot{A}}+\bar{\chi}\,(P_2)_A\varphi\,(P_1)^A]+\\&+\operatorname{Im}B\,(P_2,K_2,\,P_1,K_1)\left[\bar{\varphi}\,(P_2)_{\dot{A}}\left(i\,\frac{K_1+K_2}{2m}\right)^{\dot{A}}_{B}\varphi\,(P_1)^B+\right.\\&\left.+\chi\,(P_2)_A\left(i\,\frac{K_1+K_2}{2m}\right)^{A}_{\dot{B}}\chi\,(P_1)^{\dot{B}}\right]=\frac{m}{(2\pi)^{72}}\int d^4p^jd^4q^jd^4k^jd^4l^j\delta^{36}\,(p^j+k^j-p^j_1-k^j_1)\times\\&\times\delta^{36}\,(q^j+l^j-q^j_1-l^j_1)\,(2\pi)^2\delta\left(\sum(p^j)^2-\sum(q^j)^2+m^2\right)\times\\&\times\delta\left(\sum(k^j)^2-\sum(l^j)^2+\mu^2\right)\sum_r\{A^*(P,K;\,P_2,K_2)\,[\bar{\varphi}(P_2)_{\dot{A}}\chi^r(p)^{\dot{A}}+\\&+\bar{\chi}\,(P_2)_A\varphi^r\,(P)^A]+B^*\,(P,K;\,P_2,K_2)\,[\ldots]\}\,\{A\,(P,K;\,P_1,K_1)\times\\&\times[\bar{\varphi}^r\,(P)_{\dot{A}}\chi\,(P_1)^{\dot{A}}+\bar{\chi}^r\,(P)_A\varphi\,(P_1)^A]+B\,(P,K;\,P_1,K_1)\,[\ldots]\}.\end{aligned} \tag{9}$$

Для суммирования по поляризации промежуточных состояний мы используем формулу

$$\begin{aligned}&\sum_r\bar{\varphi}^r_{\dot{A}}\varphi^{rB}=\frac{1}{2}\left(-\frac{iP}{m}\right)^{B}_{\dot{A}},\qquad\sum_r\bar{\chi}^r_A\chi^{r\dot{B}}=\frac{1}{2}\left(-\frac{iP}{m}\right)^{\dot{B}}_{A},\\&\sum_r\bar{\varphi}^r_{\dot{A}}\chi^{r\dot{B}}=\frac{1}{2}\delta^{\dot{B}}_{\dot{A}},\qquad\sum_r\bar{\chi}^r_A\varphi^{rB}=\frac{1}{2}\delta^{B}_{A}.\end{aligned} \tag{10}$$

Очевидно, что условие унитарности (9) инвариантно относительно группы $SL(6)$.

Физическая амплитуда рассеяния получается из инвариантной амплитуды (7) заменой

$$A(P_2, K_2;\ P_1, K_1) \to \prod_{j=1}^{8} (2\pi)^4 \delta^4 (p_1^j - p_2^j) \prod_{j=0}^{8} (2\pi)^4 \delta^4 (q_1^{\dot{\gamma}} - q_2^{\dot{\gamma}})\, \theta[(p_i)_0^0]\, A(s, t) \tag{11}$$

и аналогично для B, причем для импульсов начальных частиц мы делаем замену (2), т. е. сохраняем только физические 4-импульсы $(p_i)_\mu{}^0$ и $(k_i)_\mu{}^0$. Тогда условие унитарности (9) вместе с формулой (10) дает обычное условие унитарности

$$\operatorname{Im} A(s, t) + \operatorname{Im} B(s, t) \cdot i \frac{(\hat{k}_1 + \hat{k}_2)}{2m} =$$
$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^4 p\, d^4 k\, \theta(p^0)\, \theta(k^0)\, \delta(p^2 + m^2)\, \delta(k^2 + \mu^2) \times$$
$$\times \left[A^+(s, t'') + B^+(s, t'')\, i \frac{(\hat{k}_2 + \hat{k})}{2m} \right] \frac{m - i\hat{p}}{2} \left[A(s, t') + B(s, t')\, i \frac{(\hat{k}_1 + \hat{k})}{2m} \right]. \tag{12}$$

Таким образом, если использовать 36-мерные импульсы вместо обычных 4-импульсов, то теория полностью инвариантна относительно группы $SL(6)$: волновые уравнения, S-матрица и условие унитарности инвариантны. При переходе же к физическим амплитудам симметрия нарушается: волновые уравнения, S-матрицы и условие унитарности неинвариантны. Авторы ряда работ требовали строгой инвариантности для физической амплитуды, что в рассматриваемом случае приводит к условию $B(s, t) \equiv 0$.

Очевидно, что это неправильное требование приводит к противоречию с условием унитарности, и не существует вопроса о совместимости группы $SL(6)$ с условием унитарности.

В заключение отметим, что для данного процесса рассеяния синглетного мезона на кварке нарушенная симметрия $SL(6)$ не дает ничего нового по сравнению с унитарной симметрией. Однако для высших представлений нарушенная симметрия $SL(6)$ дает новые следствия. Так, например, в унитарной симметрии матричные элементы векторных и аксиальных токов для октета барионов зависят от 12 формфакторов, а в нарушенной симметрии $SL(6)$ эти 12 формфакторов выражаются через 8 независимых формфакторов *, если учитываются все нерегулярные структуры ([8]). Более того, формфакторы для декуплета и формфакторы переходов между октетом и декуплетом также выражаются через эти 8 независимых формфакторов.

Авторы выражают глубокую благодарность Н. Н. Боголюбову за интерес к работе и ценные замечания.

Объединенный институт ядерных исследований

Поступило
19 VII 1965

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] M. A. B. Beg, A. Pais, Phys. Rev. Lett., 14, 509 (1965). [2] V. B. Geshkenbein, B. L. Ioffe et al., Phys. Lett., 16, 347 (1965). [3] T. Fulton, J. Wess, Phys. Lett., 14, 57 (1965). [4] В. А. Кадышевский, Р. Мурадян, А. Н. Тавхелидзе, И. Т. Тодоров, Препринт Объединен. инст. ядерн. исслед., Д-1929, 1964. [5] H. Bacry, J. Nuyts, Preprint CERN, 1964. [6] W. Rühl, Phys. Lett., 14, 364 (1965). [7] Нгуен Ван Хьеу, Ядерная физика, 2, 517 (1965). [8] Нгуен Ван Хьеу, Я. А. Смородинский, Ядерная физика, 2, 543 (1965). [9] J. M. Charap, P. T. Mathews, Preprint, London, 1965. [10] R. Delbourgo, A. Salam, J. Strathdee, Proc. Roy. Soc. A, 284, 196 (1965). [11] B. Sakita, K. C. Wali, Phys. Rev. Lett., 14, 404 (1965). [12] W. Rühl, Preprint CERN, 1965.

* В работах ([6], [9]) не учитываются нерегулярные структуры, поэтому все формфакторы выражаются через 5 независимых.