С. Я. Новиков, Е. М. Семенов, Е. В. Токарев, Структура подпространств пространств $\Lambda_p(\varphi)$, *Докл. АН СССР*, 1979, том 247, номер 3, 552–554

вектор-функции $x(u)$ удовлетворяет уравнению (2). Для доказательства теоремы воспользуемся некоторой модификацией рассуждений из работы ([2]).

Зададим произвольно постоянную $c<0$ и обозначим через $\mathcal{O}_c$ компоненту связности множества, на котором $x_1(u)>c$. Пусть $F\subset \mathcal{O}_c$ – компакт. Для произвольной финитной в области D функции $\varphi(u)$, равной 1 на F, имеем

$$\int\limits_{\mathcal{O}_c} \varphi^2 \sqrt{g} \sum_{i,j=1}^{k} g^{ij} \frac{\partial x_1}{\partial u_i} \frac{\partial x_1}{\partial u_j} du = -2 \int\limits_{\mathcal{O}_c} (x_1+c)\varphi\sqrt{g} \sum_{i,j=1}^{k} g^{ij} \frac{\partial x_1}{\partial u_i} \frac{\partial \varphi}{\partial u_j} du.$$

Отсюда вытекает, что

$$\int\limits_{\mathcal{O}} \varphi^2 \mathcal{E}_M(\nabla x_1) du \leqslant 2\,|c| \int\limits_{\mathcal{O}_c} |\varphi|\, \mathcal{E}_M^{1/2}(\nabla x_1)\, \mathcal{E}_M^{1/2}(\nabla\varphi) du,$$

и на основании неравенства Коши получаем

$$\int\limits_{\mathcal{O}_c} \varphi^2\, \mathcal{E}_M(\nabla x_1) du \leqslant 4c^2 \int\limits_{\mathcal{O}_c} \mathcal{E}_M(\nabla\varphi) du.$$

Учитывая произвол в выборе функции φ, приходим к неравенству

$$\int\limits_{F} \mathcal{E}_M(\nabla x_1) du \leqslant 4c^2 \operatorname{cap}_M(F, \partial D; D),$$

из которого следует, что $x_1 \equiv \text{const}$ на $\mathcal{O}_c$. Так как постоянная $c<0$ выбиралась произвольно, то $x_1\equiv\text{const}$ на D.

Тюменский государственный
университет

Поступило
1 II 1979

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Р. Оссерман*, Сб. пер., Математика, т. 15, № 2, 104 (1971). [2] *В. М. Миклюков*, ДАН, т. 242, № 3 (1978).

УДК 517.982 МАТЕМАТИКА

С.Я. НОВИКОВ, Е.М. СЕМЕНОВ, Е.В. ТОКАРЕВ

СТРУКТУРА ПОДПРОСТРАНСТВ ПРОСТРАНСТВ $\Lambda_p(\varphi)$

(Представлено академиком А.Д. Александровым 19 XII 1978)

Банахово пространство E измеримых функций, определенных на $[0,1]$, называется симметричным, если:

1) из $y\in E$ и $|x(t)|\leqslant|y(t)|$ вытекает, что $x\in E$ и $\|x\|_E\leqslant\|y\|_E$;

2) из того, что $y\in E$ и функция $|x(t)|$ равноизмерима с функцией $|y(t)|$, следует, что $x\in E$ и $\|x\|_E=\|y\|_E$.

Теория симметричных пространств подробно изложена в ([1]). Отметим лишь следующие факты. Для симметричного пространства справедливы включения: $L_\infty\subset E\subset L_1$. Говорят, что элемент $x\in E$ имеет абсолютно непрерывную норму, если

$$\lim_{\tau\to 0} \|x^*\kappa_{[0,\tau]}\|_E = 0,$$

где $x^*(t)$ – убывающая равноизмеримая с $|x(t)|$ функция, $\kappa_{[0,\tau]}(t)$ – характеристическая функция отрезка $[0,\tau]$. Симметричное пространство E сепарабельно тогда и только тогда, когда каждый элемент его имеет абсолютно непрерывную норму.

Пусть $x \in E$, $K \subset E$, $\epsilon > 0$. Обозначим:

$$S_{\epsilon, E}(x) = \{t: \ t \in [0, 1], |x(t)| \geqslant \epsilon \|x\|_E\},$$

$$M_{\epsilon, E} = \{x: \ x \in E, \ \mathrm{mess} S_{\epsilon, E}(x) \geqslant \epsilon\},$$

$$\eta_E(K) = \lim_{\tau \to 0} \sup_{\substack{x \in K \\ x \neq 0}} \frac{\|x^* \kappa_{[0,\tau]}\|_E}{\|x\|_E}.$$

Классы $M_{\epsilon,E}$ для $E = L_p$ введены в ([2]), а характеристика $\eta_E(K)$ – в ([3]).

Лемма 1. *Пусть E – симметричное пространство, $E \neq L_1$, $K \subset E$.*

1) *Нормы пространств L_1 и E эквивалентны на K тогда и только тогда, когда существует $\epsilon > 0$ такое, что $K \subset M_{\epsilon,E}$.*

2) *Если $\eta_E(K) < 1$, то существует $\epsilon > 0$ такое, что $K \subset M_{\epsilon,E}$.*

Следующая лемма является непосредственным обобщением теоремы 2 из ([2]).

Лемма 2. *Пусть E – сепарабельное симметричное пространство, K – подмножество единичной сферы пространства E. Если для любого $\epsilon > 0$ $K \not\subset M_{\epsilon,E}$, то существуют последовательность $\{x_n\}$ элементов K и последовательность $\{y_n\}$ элементов единичной сферы пространства E такие, что носители функций $y_n(t)$ дизъюнктны и $\lim\limits_{n \to \infty} \|x_n - y_n\|_E = 0$.*

Через $\Lambda_p(\varphi)$ обозначается симметричное пространство функций с нормой

$$\|x\|_{\Lambda_p(\varphi)} = [\int_0^1 [x^*(t)]^p d\varphi]^{1/p},$$

где $p \in [1, \infty)$, $\varphi(t)$ – непрерывная в нуле возрастающая вогнутая на $[0, 1]$ функция. Пространства $\Lambda_p(\varphi)$ были введены в ([4]).

Лемма 3. *Пусть $K \subset \Lambda_p(\varphi)$. Характеристика $\eta_{\Lambda_p(\varphi)}(K) < 1$ тогда и только тогда, когда существует $\epsilon > 0$ такое, что $K \subset M_{\epsilon,\Lambda_p(\varphi)}$.*

Следствие 1. *Если $\{x_n\}$ – последовательность элементов единичной сферы пространства $\Lambda_p(\varphi)$ и $\eta_{\Lambda_p(\varphi)}(\{x_n\}) = 1$, то из этой последовательности можно выбрать подпоследовательность, ϵ-изометричную стандартному базису пространства L_p.*

Хорошо известно, что структура подпространств L_p существенно зависит от того, какое из неравенств $p < 2$ или $p \geqslant 2$ выполнено ([2,5]). Мы переходим к изучению множества допустимых значений характеристики $\eta_{\Lambda_p(\varphi)}(H)$ на множестве подпространств $H \subset \Lambda_p(\varphi)$. Ответ также зависит от знака $p - 2$. Структуру подпространств L_p, $1 \leqslant p < 2$, с несколько иных позиций изучал Х. Розенталь ([5]). Напомним, что если $\varphi_0(t) \equiv t$, то $\Lambda_p(\varphi_0) = L_p$.

Теорема 1. *Если $1 \leqslant p < 2$ и H - подпространство $\Lambda_p(\varphi)$, то $\eta_{\Lambda_p(\varphi)}(H)$ равна либо 0, либо 1.*

В доказательстве используется техника случайных функциональных рядов и теорема Л. Дора ([6]). Теорема 1 для случая $p = 1$ была получена А.А. Седаевым другим методом.

Теорема 2. *Если $2 \leqslant p < \infty$ и функция $(\ln \frac{1}{t})^{1/2}$ принадлежит $\Lambda_p(\varphi)$, то характеристика $\eta_{\Lambda_p(\varphi)}(H)$ принимает всевозможные значения из отрезка $[0, 1]$.*

Предположение о принадлежности функции $(\ln \frac{1}{t})^{1/2}$ пространству $\Lambda_p(\varphi)$ является существенным.

Следствие 2. *Пусть H – подпространство $\Lambda_p(\varphi)$, $p \in [1, \infty)$, $p \neq 2$. $\eta_{\Lambda_p(\varphi)}(H) = 1$ тогда и только тогда, когда H содержит подпространство, изоморфное L_p.*

С л е д с т в и е 3. *Если H – подпространство $\Lambda_p(\varphi)$, $p \in [1, \infty)$, $p \neq 2$, такое, что H содержит подпространство, изоморфное L_p, то H содержит подпространство, изоморфное L_p и дополняемое в $\Lambda_p(\varphi)$.*

С л е д с т в и е 4. *Пусть $p \in [1, \infty)$, $p \neq 2$; H – бесконечномерное подпространство $\Lambda_p(\varphi)$. Нормы пространств $\Lambda_p(\varphi)$ и L_1 эквивалентны на H тогда и только тогда, когда H не содержит подпространств, изоморфных L_p.*

Следствия 2, 3, 4 для пространств L_p при $p \in [1, 2)$ доказаны в ([5]), а при $p \in [2, \infty)$ – в ([2]).

Для пространств $\Lambda_p(\varphi)$ близкие к следствиям 2, 3, 4 результаты получены в ([7]).

Воронежский государственный университет
им. Ленинского комсомола

Поступило
1 II 1979

ЛИТЕРАТУРА

[1] *С.Г. Крейн, Ю.И. Петунин, Е.М. Семенов,* Интерполяция линейных операторов, 1978. [2] *M.I. Kadec, A. Pelczynski,* Stud. Math. v. 21, №2, 161 (1962). [3] *Е.В. Токарев,* Теория функц., функц. анализ и их прилож., в. 24, 152 (1975). [4] *G.G. Lorentz,* Pacific J. Math., v. 1, № 3, 411 (1950). [5] *H.P. Rosenthal,* Ann.Math., v. 97, №2, 344 (1973). [6] *L. Dor,* Ann.Math., v. 102, №3, 463 (1975). [7] *T. Figiel, W.B. Johnson, L. Tzafriri,* J.Approxim.Theory, v. 13, № 4, 395(1975).

УДК 517.55

МАТЕМАТИКА

С.И. ПИНЧУК

БИГОЛОМОРФНАЯ НЕЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТЕЙ С ГЛАДКИМИ И КУСОЧНО-ГЛАДКИМИ ГРАНИЦАМИ

(Представлено академиком М.А. Лаврентьевым 15 XII 1978)

Мы будем называть ограниченную область $D \subset \mathbf{C}^n$ областью с кусочно-гладкой границей, если существуют область $V \supset D$ и такие вещественные функции $\rho_i \in C^2(V)$, $i = 1, \ldots, N$, что: а) $\partial D \subset \bigcup_{i=1}^{N} S_i$, где $S_i = \{z \in V: \rho_i(z) = 0\}$; б) для любых упорядоченных наборов индексов $1 \leqslant i_1 < i_2 < \ldots < i_k \leqslant N$ форма $d\rho_{i1} \wedge d\rho_{i2} \wedge \ldots \wedge d\rho_{ik} \neq 0$ на множестве $S_{i1} \cap \ldots \cap S_{ik}$. Не ограничивая общности, будем далее предполагать, что среди поверхностей S_i нет "лишних", т.е. для любого $i = 1, \ldots, N$ граница ∂D содержит непустое открытое подмножество S_i.

Т е о р е м а 1. *Пусть $D, G \subset \mathbf{C}^n$, $n > 1$, – ограниченные области голоморфности, причем область G имеет границу класса C^2, а D – кусочно-гладкую, но не гладкую границу.*

Тогда D и G биголоморфно не эквивалентны.

Эта теорема обобщает известный результат Г.М. Хенкина ([1]) о том, что аналитический полиэдр биголоморфно не эквивалентен ограниченной области с дважды гладкой границей.

Доказательство теоремы 1 основано на сравнении роста керн-функций ([2]) $K_D(z)$, $K_G(w)$ областей D и G вблизи границ. В области G оценка для $K_G(w)$ получается следующим образом. Поскольку граница ∂G имеет гладкость C^2, то существует такое $\epsilon > 0$, зависящее только от G, что любой точки $w_0 \in \partial G$ можно кос-