

О ВЛИЯНИИ ГРАНИЦ РАЗРЫВА В СРЕДЕ НА ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ ВОЛНЫ

В работе [1] был описан новый тип интерференционных волн, распространяющихся в слоистой среде в условиях существования нежесткого контакта между слоями. Волны, названные условно $K\gamma$ -волнами, имеют весьма характерные для них частотные, кинематические и динамические признаки, отличающие их от известных поверхностных волн типа Лява и Релея, а также ликинг-мод. В качестве примера в [1] была рассмотрена модель среды, состоящая из низкоскоростного слоя, связанного скользящим контактом с высокоскоростной средой, и описан ряд свойств $K\gamma$ -волн, распространяющихся в такой среде. Сравнение теоретических результатов с опытными сейсмическими данными указывает на возможность образования $K\gamma$ -волн в реальной геологической среде. Следовало бы накопить примеры регистрации этих волн и рассмотреть модели с разнообразными соотношениями между упругими параметрами сред, встречающимися на практике.

В последнее время в Ленинградском горном институте развивается новый метод шахтной акустики, связанный с обнаружением и изучением поверхностей ослабленного механического контакта, существующих в угленосных толщах при наличии либо разрывов, являющихся результатом действия горного давления, либо тонких и сверхтонких углистых пропластков во вмещающей породе, либо резкого изменения условий осадконакопления и др. [2]. Он предназначен для прогноза поведения кровли горных выработок с целью увеличения безопасности горных работ и обеспечен соответствующей аппаратурой. В основе метода лежит экспериментально обнаруженная связь между спектральными характеристиками инициированного ударным воздействием упругого поля, расстоянием до поверхности ослабленного контакта и степенью ослабленности последнего. При теоретическом объяснении обнаруженных эффектов авторы метода пользуются представлениями, не укладывающимися в рамки классической акустики [3]. В связи с этим представляет интерес попытка объяснения наблюдаемых явлений, основанная на строгом подходе с использованием теории динамики упругих сред. При этом в отличие от модели, рассмотренной ранее [1], в данной работе изучается модель, в которой слой и полупространство, контактирующее с ним, имеют одинаковые параметры. Решение задачи для такого случая может быть представлено на основании результатов работы [1].

Пусть упругий слой ($0 < z < h$, $0 \leq \nu \leq \infty$) и находящееся с ним в скользящем контакте полупространство ($z < 0$, $0 \leq \nu \leq \infty$) имеют скорости a , b соответственно для продольных и поперечных волн, модуль сдвига μ , плотность ρ . На свободной границе среды $\nu = 0$, $z = h$ действует источник типа единичной нормальной силы. Радиальная U_r и вертикальная U_z компоненты вектора смещения на свободной границе можно представить через интегралы Фурье-Бесселя и Меллина

$$U_r = \int_0^{\infty} \frac{\kappa J_0(\kappa r) d\kappa}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \left\{ -R [q \operatorname{ch} \kappa h \alpha \operatorname{sh} \kappa h \beta - 2\alpha \beta \operatorname{sh} \kappa h \alpha \operatorname{ch} \kappa h \beta] + \right. \\ \left. + 2q^2 \alpha \beta (-1 + \operatorname{ch} \kappa h \alpha \operatorname{ch} \kappa h \beta) + (q^2 - 8\alpha^2 \beta^2) \operatorname{sh} \kappa h \alpha \operatorname{sh} \kappa h \beta + 4\alpha \beta q \operatorname{ch} \kappa h \alpha \operatorname{ch} \kappa h \beta \right\} \cdot \quad (1)$$

$$\Delta^{-1}(\kappa h, \eta) e^{k b \eta t} d\eta; \\ U_z = \int_0^{\infty} \frac{\kappa J_0(\kappa r) d\kappa}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \left\{ -4\alpha \beta \operatorname{sh} \kappa h \alpha \operatorname{ch} \kappa h \beta + q^2 \operatorname{ch} \kappa h \alpha \operatorname{sh} \kappa h \beta + \right. \\ \left. + R \operatorname{sh} \kappa h \alpha \operatorname{sh} \kappa h \beta \right\}^{-1} \Delta(\kappa h, \eta) e^{k b \eta t} d\eta. \quad (2)$$

В равенствах (1)-(2) приняты следующие обозначения:

$$\beta = \sqrt{1 + \eta^2}, \quad \alpha = \sqrt{1 + \gamma^2 \eta^2}, \quad R = q^2 - 4\alpha \beta, \quad q = 2 + \eta^2, \quad \gamma = b/a, \\ \Delta(\kappa h, \eta) = R(q^2 \operatorname{sh} \kappa h \beta \operatorname{ch} \kappa h \alpha - 4\alpha \beta \operatorname{sh} \kappa h \alpha \operatorname{ch} \kappa h \beta) - \\ - \{ 8\alpha \beta q^2 (\operatorname{ch} \kappa h \alpha \operatorname{ch} \kappa h \beta - 1) - (q^4 + 16\alpha^2 \beta^2) \operatorname{sh} \kappa h \alpha \operatorname{sh} \kappa h \beta \}. \quad (3)$$

Для однозначности радикалов α , β из точек ветвления $\pm i$, $\pm i/\gamma$ в левую полуплоскость проведены разрезы параллельно оси $i\eta$, $\eta = 0$, а основные листы фиксированы условиями $\alpha \eta \alpha = \alpha \eta \beta = 0$ при $\eta > 0$. Исследование поля смещений на поверхности слоя делается деформацией контура интегрирования внутреннего интеграла в (1)-(2) в левую полуплоскость таким образом, чтобы он охватывал разрезы. При деформации пересекаются особые точки подинтегральной функции на плоскости (η) и в частности полюса, являющиеся корнями дисперсионного уравнения

$$\Delta(\kappa h, \eta) = 0. \quad (4)$$

Вычетами в корнях уравнения (4), среди которых кроме комплексных корней могут быть и чисто мнимые, описываются интерференционные волны. Выделяемые $K\eta$ -волны отвечают тем участкам траекторий движения корней, как функций переменной Kh , которые прилегают к точкам $\pm i\gamma^{-1}$. При выполнении условия

$$\sin \frac{kh_n \sqrt{1-\gamma^2}}{2\gamma} = 0 \quad \text{или} \quad f_n = \frac{nb}{h\sqrt{1-\gamma^2}} \quad (n=1,2,\dots) \quad (5)$$

(где f - частота колебаний) корни приходят в точки $\pm i\gamma^{-1}$, а при уменьшении kh уходят в левую полуплоскость, приближаясь при $kh \rightarrow 0$ к мнимой оси на бесконечности. Асимптотические формулы для частот при $kh \ll 1$, $|\eta| \gg 1$ имеют простой вид, а предельные значения равны $f_n = nb/h$, что является условием синфазного наложения вертикально распространяющихся сдвиговых волн в свободном слое. С физической точки зрения $K\gamma$ -волны образуются в результате интерференции скользящих продольных P и поперечных SV волн, распространяющихся в окрестности предельного угла $\varphi = \arcsin(b/a)$. Математически они описываются вычетами в корнях уравнения (4) при значениях kh равных и близких к kh_n из условия (5). Выражения для вычетов легко находятся из (1)-(2) и здесь не выписываются. Воспользовавшись известной связью между волновым числом k , фазовой скоростью \check{v} и частотой ω , можно во внешних интегралах перейти к переменной ω . Тогда подинтегральная функция становится частотным спектром $K\gamma$ -волн, имеющим такие характеристики нормальных волн, как функция возбуждения, затухания, вызываемые геометрическим расхождением и излучением энергии из слоя, фазовая и групповая скорости распространения и т.д.

Остановимся на физических следствиях, касающихся перечисленных особенностей $K\gamma$ -волн. Предварительно заметим, что плоскость (η) является плоскостью комплексной фазовой скорости, вещественную часть которой будем называть для краткости просто фазовой скоростью $\check{v} = v \operatorname{Im} \eta$. В случае, когда корни дисперсионного уравнения находятся вблизи мнимой оси и выполняется условие $\operatorname{Im} \eta \gg |\operatorname{Re} \eta|$, можно пользоваться понятием групповой скорости $\check{v}_g = \check{v} + kh \frac{d\check{v}}{dkh}$ и связывать с ней скорость распространения импульса. На рис.1 приведены кривые фазовой и групповой скоростей для одной модели среды и $n=1$. При резонансной частоте f_1 , определяемой по формуле (5) (на рис.1 и 3 соответствующее значение kh обозначено стрелкой), групповая скорость $K\gamma$ -волны оказывается равной промежуточному значению между a и b . С изменением частоты в обе стороны от резонансной, скорость \check{v}_g убывает. Следовательно на больших расстояниях от пункта воздействия в первых вступлениях будет регистрироваться волна $K\gamma$. В шахтных условиях при наличии поверхностей ослабленного контакта также наблюдаются волны со скоростями больше b и

меньше α [3]. Другой важной особенностью $K\tau$ -волн является их резонансный характер и обогащение спектров резонансными частотами по мере распространения импульса. Аналитически это явление описывается наличием множителя $\exp[k\nu \operatorname{Re}\eta t]$ в спектре колебаний. При частотах больших и меньших резонансной реальная часть $\operatorname{Re}\eta$ увеличивается по абсолютному значению, оставаясь отрицательной, что и объясняет суживание спектра с ростом t (или расстояния τ). Можно на основании простых физических рассуждений пояснить, почему это происходит. Для этого рассмотрим задачу об отражении плоских P и SV волн на скользящей границе. Коэффициенты отражения этих волн равны:

$$\mathcal{K}_{SV-SV} = -\frac{q^2}{R}; \quad \mathcal{K}_{SV-P} = \frac{2\beta q}{R}; \quad \mathcal{K}_{P-P} = -\frac{4\alpha\beta}{R}; \quad \mathcal{K}_{P-SV} = \frac{2\alpha q}{R}, \quad (6)$$

где смысл обозначений тот же, что и ранее. На рис.2 приведены графики корней квадратных из энергий волн, нормированных на энергию падающей волны. Обращает внимание, что волна SV , падающая под предельным углом $\psi = \alpha\tau \sin(\beta/a)$, полностью отражается. Так как \mathcal{K}_{SV-SV} для падения SV волны на свободную поверхность при этом же угле падения тоже равен единице, то энергия оказывается локализованной в слое, что и приводит к образованию $K\tau$ -волны. При этом условия конструктивной интерференции, связывающие угол падения, мощность слоя и частоту, способствуют монochастотности сигналов. Для рассматриваемой модели спектр волны имеет двухгорбую форму (рис.3), что объясняется аналитическими особенностями решения: совпадением точки ветвления с полюсом. По данному спектру и временной функции источника в форме импульса Берлаги:

$$f(t) = 4\alpha t e^{-\alpha t} \sin \omega_1 t \sigma(t), \quad \sigma(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0, \end{cases}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1, \quad \alpha = 0.79 \omega_1 / \pi$$

были построены теоретические сейсмограммы для U_r и U_x (рис.4). Характерной особенностью их является наличие двух квазигармонических пакетов, распространяющихся с близкими, но различными групповыми скоростями. Нам неизвестны опытные факты, подтверждающие такое поведение поля. Что же касается вопросов, связанных со спектральными и скоростными характеристиками поля, то как уже отмечалось, они в основных чертах находят подтверждение на практике.

В заключение авторы выражают благодарность А.Г.Гликману за обсуждение задачи предоставленную возможность ознакомиться

с экспериментами по шахтной акустике, проводимыми им и его со-
трудниками.

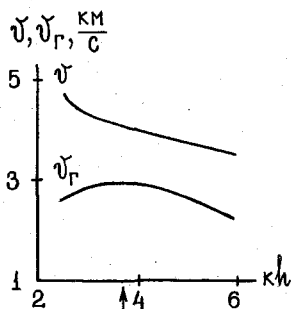


Рис. I

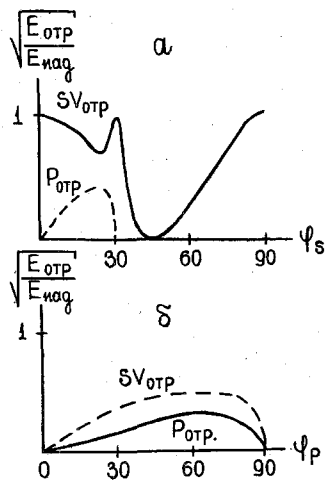


Рис.2

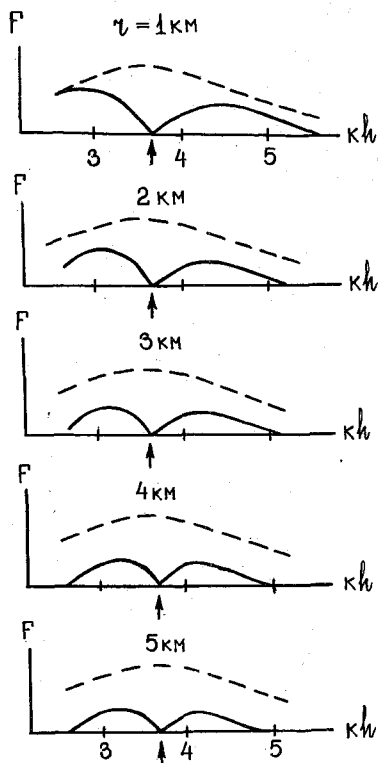


Рис.3

Рис.1. Дисперсия фазовой \bar{v} и групповой \bar{v}_g скоростей волны $K\tau$ ($n=1$) ($a=4$ км/с, $b=2$ км/с, $\rho=3\tau$ см³).

Рис.2. Отражение волн P и SV на скользящей границе двух одинаковых полупространств при падении SV (a) и P (δ) волн.

Рис.3. Спектр τ -составляющей волн $K\tau$ ($n=1$, сплошная линия) при различных расстояниях τ . Штриховая линия - спектр источника.

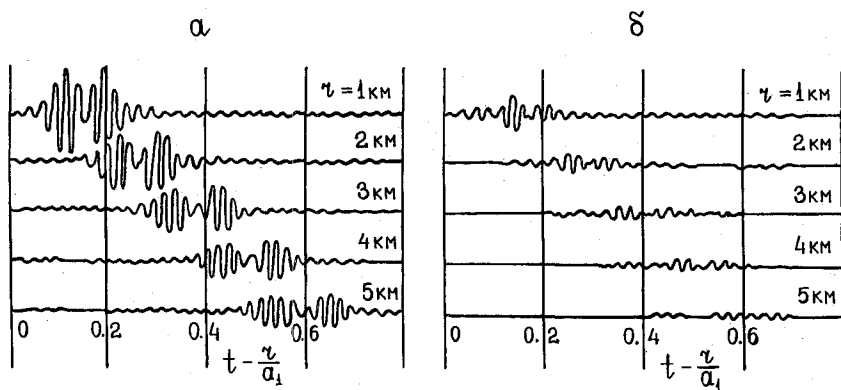


Рис.4. Теоретические сейсмограммы горизонтальной u_y (а) и вертикальной u_z (б) компонент вектора смещений волны Kr .

ЛИТЕРАТУРА

1. Крауклис П.В., Крауклис Л.А. Об одном типе волн в средах, содержащих поверхности ослабленного механического контакта. - В кн. Математические вопросы теории распространения волн. 18. Зап. научн. семинар ЛОМИ, 1988, т.173, с.113-122.
2. Гликман А.Г., Казакова В.Л. Новые акустические методы оценки проявлений горного давления. - В кн.: Физические процессы горного производства. Управление горным давлением. Л.; ЛГИ, 1984, с.11-17.
3. Гликман А.Г. Упругие волны в слоистых средах. - В кн.: Использование методов прикладной геофизики в калийной промышленности. Л., ВНИИГ, 1986, с.137-148.

Krauklis P.V., Krauklis L.A. The influence of the fracture in medium on the interference waves.

The interference of Kr -waves in the elastic half-space with the fracture is considered. The dispersion and attenuation of these waves are described, the theoretical seismograms are constructed. The problem of application of Kr -waves for mining safety is discussed.