В. С. Рябенький, Обобщение проектов и граничных уравнений Кальдерона на основе понятия четкого следа, *Докл. АН СССР*, 1983, том 270, номер 2, 288–292

нам достаточно показать, что при выполнении условий теоремы 2

$$\int_{S(x')} \psi(p)\,dp \Big/ \int_{\sigma_S(x',\lambda)} \varphi(x)\,dx \to \infty \text{ при } \lambda \to 0.$$

Вычисления, которые нетрудно провести, показывают, что это действительно так. Теорема 2 доказана.

Физико-технический институт низких температур
Академии наук УССР, Харьков

Поступило
25 I 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. *Александров А.Д.* – Вестн. ЛГУ, 1958, № 1.

УДК 517.944+517.949.8

МАТЕМАТИКА

В.С. РЯБЕНЬКИЙ

ОБОБЩЕНИЕ ПРОЕКТОВ И ГРАНИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ КАЛЬДЕРОНА НА ОСНОВЕ ПОНЯТИЯ ЧЕТКОГО СЛЕДА

(Представлено академиком С.Л. Соболевым 14 X 1982)

Пусть $Lu = 0$ – линейное эллиптическое уравнение, определенное в некоторой области D, и пусть $D^+ \subset D$ – некоторая подобласть. Кальдерон [1] предложил для эллиптических уравнений $Lu = 0$, рассматриваемых в D^+, способ равносильной замены этих уравнений псевдодифференциальными уравнениями, связывающими значения "данных Коши", т.е. искомой функции и ее последовательных нормальных производных до порядка $p - 1$, где p – порядок оператора L, на границе ∂D^+ области D^+. Подход Кальдерона развит Сили [2] и Хёрмандером [3].

В основе псевдодифференциальных соотношений на границе лежит построенный Кальдероном проектор P_Γ^+, действующий в пространстве "данных Коши", определенных на ∂D^+, и оставляющий неподвижными те и только те данные Коши, которые можно доопределить внутри D^+ до некоторого решения уравнения $Lu = 0$.

Обобщение конструкции Кальдерона опирается на вводимое нами понятие четкого следа функции на границе. В случае эллиптических по Петровскому систем таким следом являются, в частности, данные Коши. Формальная схема нашей конструкции не связана с типом уравнения.

Предлагаемая конструкция может быть использована для развития и обоснования того варианта [4] метода разностных проекторов [5–13] численного решения краевых задач, который не требует построения разностной аппроксимации граничных условий исходной краевой задачи. В случае общего эллиптического уравнения подход, намеченный в [4], развит и обоснован А.А. Резником [11, 12] на основе классических проектов Кальдерона и разностных проекторов [8].

Отметим, что конструкция разностных проекторов для разностных схем на нерегулярных сетках [9] оказала влияние на конструкцию обобщенных проектов Кальдерона, вводимых ниже.

1. Основные конструкции. Пусть в d-мерном евклидовом пространстве E^d задана область D с замыканием $\bar{D}$. Будем считать, что заданы линейные

пространства $U_{\bar D}$ и F_D функций (или вектор-функций) $u_{\bar D} \in U_{\bar D}$, $f_D \in F_D$, определенных на $\bar D$ и D соответственно. Пусть, далее, в области задано линейное локальное (для определенности, дифференциальное) уравнение (или система уравнений)

(1) $\quad L_{D\bar D} u_{\bar D} = f_D$,

где $L_{D\bar D}$: $U_{\bar D} \to F_D$. Будем считать, что задача (1) имеет одно и только одно решение $u_{\bar D} \in U_{\bar D}$ при каждом $f_D \in F_D$. Тогда уравнение (1) задает оператор $G_{\bar D D}$: $F_D \to U_{\bar D}$, называемый оператором Грина задачи (1). Пусть задано еще пространство $V_{\bar D}$, $U_{\bar D} \subset V_{\bar D}$, которое будет играть роль пространства–параметра.

П р е д п о л о ж е н и е 1. Будем считать, что оператор $L_{D\bar D}$ имеет смысл для каждого $v_{\bar D} \in V_{\bar D}$, причем $L_{D\bar D}$: $V_{\bar D} \to F_D$.

Пусть в области D выделена подобласть D^+; обозначим $D^- = D \setminus \bar D^+$.

П р е д п о л о ж е н и е 2. Будем считать, что каждая $f_D \in F_D$ однозначно восстанавливается по паре f_{D^+} и f_{D^-} своих сужений на D^+ и D^-, так что задание f_D равносильно заданию пары f_{D^+} и f_{D^-}.

О п р е д е л е н и е о п е р а ц и и $(\cdot)^+$ над подпространствами $\mathcal{F}_D$. Пусть $\mathcal{F}_D \subset F_D$. Определим $\mathcal{F}^+_D \subset \mathcal{F}_D$, положив

$$\mathcal{F}^+_D = \{ f_D \mid f_D \in \mathcal{F}_D, \quad \theta^+_{D^+} f_D \in \mathcal{F}_D \}.$$

Здесь θ_{D^+} – характеристическая функция множества D^+.

Определим для данного $\mathcal{F}_D$ подпространства

$$\mathcal{V}_{\bar D} = \mathcal{V}_{\bar D}(\mathcal{F}_D) \subset V_{\bar D}, \qquad \mathcal{U}_{\bar D} = \mathcal{U}_{\bar D}(\mathcal{F}_D)$$

как прообразы $\mathcal{F}_D$ при преобразовании $L_{D\bar D}$. Обозначим

$$\mathcal{U}^+_{\bar D} = \mathcal{U}_{\bar D}(\mathcal{F}^+_D), \qquad \mathcal{V}^+_{\bar D} = \mathcal{V}_{\bar D}(\mathcal{F}^+_D).$$

Для всякого $\mathcal{U}_{\bar D}$ и $\mathcal{V}_{\bar D}$ определим $\mathcal{U}_{\bar D^+}$ и $\mathcal{V}_{\bar D^+}$ как пространства, состоящие из сужений $u_{\bar D^+}$, $v_{\bar D^+}$ функций $u_{\bar D} \in \mathcal{U}_{\bar D}$ и $v_{\bar D} \in \mathcal{V}_{\bar D}$ соответственно на множество $\bar D^+$. Обозначим $\mathcal{F}_{D^+}$ пространство сужений функций $f_D \in \mathcal{F}_D$ на D^+.

Определим оператор $G_{\bar D D^+}$: $F^+_{D^+} \to U^+_{\bar D}$ формулой $G_{\bar D D^+} f^+_{D^+} = G_{\bar D D} f^+_D$, где $f^+_{D^+} \in \mathcal{F}^+_{D^+}$, а f^+_D – восполнение $f^+_{D^+}$ до элемента $f^+_D \in \mathcal{F}^+_D$ нулем, $f^+_D = \{ f^+_{D^+}, O_{D^-} \}$.

Оператор $G_{\bar D^+ D^+}$: $\mathcal{F}^+_{D^+} \to U^+_{\bar D^+}$ определим, положив $G_{\bar D^+ D^+} f^+_{D^+} = (G_{\bar D D^+} f^+_{D^+})_{\bar D^+}$, где $(\cdot)_{\bar D^+}$ – операция сужения функции, заданной на $\bar D$, на множество $\bar D^+ \subset \bar D$.

Определим оператор $P_{\bar D^+ \bar D^+}$: $V^+_{\bar D^+} \to V^+_{\bar D^+}$, положив $P_{\bar D^+ \bar D^+} v_{\bar D^+} = v_{\bar D^+} - G_{\bar D^+ D^+} L_{D^+ \bar D^+} v_{\bar D^+}$, где $L_{D^+ \bar D^+} v_{\bar D^+} = (L_{D\bar D} v_{\bar D})_{D^+}$, а $v_{\bar D} \in V_{\bar D}$ – произвольное восполнение $v_{\bar D^+}$ до $v_{\bar D}$.

Т е о р е м а 1. *Для любого $\mathcal{F}_D \subset F_D$ порождаемое им пространство $\mathcal{V}^+_{\bar D^+} = \mathcal{V}_{\bar D^+}(\mathcal{F}^+_D)$ является инвариантным подпространством оператора $P_{\bar D^+ \bar D^+}$.*

Т е о р е м а 2. *Пусть $\mathcal{W}_{\bar D^+} \subset V^+_{\bar D^+}$ – какое-нибудь инвариантное подпространство оператора $P_{\bar D^+ \bar D^+}$.*

Тогда можно указать такое $\mathcal{F}_D \subset F_D$, для которого $\mathcal{V}^+_{\bar D^+} = \mathcal{V}_{\bar D^+}(\mathcal{F}^+_D)$ совпадает с $\mathcal{W}_{\bar D^+}$.

Т е о р е м а 3. *Справедливы следующие утверждения.*

1°) *Для любой $v_{\bar D^+} \in V^+_{\bar D^+}$ функция $w_{\bar D^+} \equiv P_{\bar D^+ \bar D^+} v_{\bar D^+}$ удовлетворяет однородному уравнению $L_{D^+ \bar D^+} w_{\bar D^+} = 0$.*

2°) *Если $v_{\bar D^+} \in V_{\bar D^+}$ удовлетворяет уравнению $L_{D^+ \bar D^+} v_{\bar D^+} = 0$, то $v_{\bar D^+} \in V^+_{\bar D^+}$ и $P_{\bar D^+ \bar D^+} v_{\bar D^+} = v_{\bar D^+}$.*

3°) *Оператор* $P_{\bar{D}^+\bar{D}^+}$ *– проектор, т.е.* $(P_{\bar{D}^+\bar{D}^+})^2 = P_{\bar{D}^+\bar{D}^+}$.

Положим $\Gamma = \bar{D}^+ \cap \bar{D}^-$. Произвольно назначим и фиксируем множество Γ_H^+, целиком принадлежащее $\partial D^+ \subset \bar{D}^+$ и не пересекающееся с Γ. Определим границу Γ^+ множества D^+, положив $\Gamma^+ = \Gamma \cup \Gamma_H^+$.

Пусть в множествах Γ и Γ_H^+ выделено некоторое конечное число непересекающихся подмножеств Γ_i и Γ_{Hj}^+ так, что объединение замыканий всех Γ_i есть Γ, а объединение замыканий всех Γ_{Hj}^+ содержит Γ_H^+. Пусть каждому Γ_i и каждому Γ_{Hj}^+ сопоставлены некоторые неотрицательные целые числа k_i и l_j соответственно. Пусть, далее V_Γ^+ – некоторое линейное пространство вектор-функций столбцов, определенных на объединении всех Γ_i и Γ_{Hj}^+, имеющих высоту k_i на Γ_i и l_j на Γ_{Hj}^+. Пусть, наконец, γ^+ – некоторый линейный оператор, отображающий пространство $V_{\bar{D}}$ на всё V_Γ^+, причем $\operatorname{supp} \gamma^+ v_{\bar{D}} \subset \bar{D}^+$. Пусть фиксировано произвольное подпространство $\mathscr{V}_{\bar{D}} \subset V_{\bar{D}}$. Следом пространства $\mathscr{V}_D$ (на границе Γ^+) будем называть подпространство $\mathscr{V}_\Gamma^+ \subset V_\Gamma^+$, $\mathscr{V}_\Gamma^+ = \{v_{\Gamma^+} \mid v_{\Gamma^+} = \gamma^+ v_{\bar{D}},\ v_{\bar{D}} \in \mathscr{V}_{\bar{D}}\}$. Оператор γ^+ будем называть о п е р а т о р о м с л е д а.

З а м е ч а н и е. Воспользуемся $\operatorname{supp} \gamma^+ v_{\bar{D}} \subset \bar{D}^+$ и придадим смысл выражению $\gamma^+ v_{\bar{D}^+}$, где $v_{\bar{D}^+} \in V_{\bar{D}^+}$, положив $\gamma^+ v_{\bar{D}^+} = \gamma^+ v_{\bar{D}}$, где $v_{\bar{D}} \in V_{\bar{D}}$ – произвольный элемент, сужение которого на D^+ совпадает с $v_{\bar{D}^+}$.

П р е д п о л о ж е н и е 3. Будем считать, что если $v_{\bar{D}} \in V_{\bar{D}}$ и $v_{\Gamma^+} = O_{\Gamma^+}$, то $v_{\bar{D}} \in U_{\bar{D}}$.

О п р е д е л е н и е ч е т к и х с л е д о в. Будем говорить, что подпространство $\mathscr{V}_{\bar{D}}^+ \subset V_{\bar{D}}^+$ оставляет ч е т к и й с л е д $\mathscr{V}_\Gamma^+$ на границе Γ^+, если для каждой функции $v_D \in \mathscr{V}_{\bar{D}}^+$, след которой равен нулю, функция $w_{\bar{D}} = \theta_{\bar{D}} + v_{\bar{D}}$ также принадлежит $\mathscr{V}_{\bar{D}}^+$.

П р е д п о л о ж е н и е 4. Будем считать, что $V_{\bar{D}}^+$ оставляет четкий след на Γ^+.

О п р е д е л е н и е. Пусть V_Γ^+ – четкий след пространства $V_{\bar{D}}^+$ на Γ^+. Введем оператор $P_{\bar{D}^+\Gamma^+}$: $V_\Gamma^+ \to V_{\bar{D}^+}^+$, положив для $v_{\Gamma^+} \in V_\Gamma^+$

$$P_{\bar{D}^+\Gamma^+} v_{\Gamma^+} = P_{\bar{D}^+\bar{D}^+} v_{\bar{D}^+},$$

где $v_{\bar{D}^+} \in V_{\bar{D}^+}^+$ – произвольный элемент, след которого есть v_{Γ^+}.

Т е о р е м а 4. *Определение* $P_{\bar{D}^+\Gamma^+}$ *корректно: для каждого* $v_{\Gamma^+} \in V_\Gamma^+$ *существуют* $v_{\bar{D}^+} \in V_{\bar{D}^+}$, $v_{\Gamma^+} = \gamma^+ v_{\bar{D}^+}$, *и выражение* $P_{\bar{D}^+\bar{D}^+} v_{\bar{D}^+}$ *зависит только от* v_{Γ^+}, *но не от выбора* $v_{\bar{D}^+}$.

О п р е д е л е н и е. Определим P_Γ^+: $V_\Gamma^+ \to V_\Gamma^+$, положив $P_\Gamma^+ v_{\Gamma^+} = \gamma^+(P_{\bar{D}^+\Gamma^+} v_{\Gamma^+})$, $v_{\Gamma^+} \in V_\Gamma^+$.

Т е о р е м а 5. *Пусть* $\mathscr{F}_D^+ \subset F_D$, $\mathscr{V}_{\bar{D}}^+ = \mathscr{V}_{\bar{D}}(\mathscr{F}_D^+)$ *и* $\mathscr{V}_\Gamma^+ \subset V_\Gamma^+$ *– след подпространства* $\mathscr{V}_{\bar{D}}^+$ *на* Γ^+.

Тогда V_Γ^+ *– инвариантное подпространство оператора* P_Γ^+.

Т е о р е м а 6. *Пусть* $\mathscr{W}_{\Gamma^+} \subset V_\Gamma^+$ *– какое-нибудь инвариантное подпространство оператора* P_Γ^+.

Тогда существует $\mathscr{F}_D \subset F_D$ *такое, что* $\mathscr{W}_{\Gamma^+}$ *является следом на* Γ^+ *пространства* $\mathscr{V}_{\bar{D}}^+ = \mathscr{V}_{\bar{D}}(\mathscr{F}_D^+)$

Т е о р е м а 7. *Для любой* $v_{\Gamma^+} \in V_\Gamma^+$ *элемент* $w_{\bar{D}^+} = P_{\bar{D}^+\Gamma^+} v_{\Gamma^+}$ *удовлетворяет уравнению* $L_{D^+\bar{D}^+} w_{\bar{D}^+} = 0$. *Если* $v_{\bar{D}^+} \in V_{\bar{D}}$ *удовлетворяет уравнению* $L_{D^+\bar{D}^+} v_{\bar{D}^+} = 0$, *то* $P_{\bar{D}^+\Gamma^+} v_{\Gamma^+} = v_{\bar{D}^+}$, *где* $v_{\Gamma^+} = \gamma^+ v_{\bar{D}^+}$. *Равенство* $P_\Gamma^+ v_{\Gamma^+} = v_{\Gamma^+}$ *выполнено для тех и только тех* v_{Γ^+}, *для которых существует решение* $v_{\bar{D}^+} \in V_{\bar{D}^+}$ *уравнения* $L_{D^+\bar{D}^+} v_{\bar{D}^+} = 0$, *след которого совпадает с* v_{Γ^+}. *Если* v_{Γ^+} *есть след некоторого решения* $v_{\bar{D}^+}$ *уравнения* $L_{D^+\bar{D}^+} v_{\bar{D}^+} = 0$, *то это решение единственно в* V_{D^+} *и задается формулой* $v_{\bar{D}^+} = P_{\bar{D}^+\Gamma^+} v_{\Gamma^+}$. *Справедливо* $(P_\Gamma^+)^2 = P_\Gamma$.

П о с т а н о в к а к р а е в ы х з а д а ч. Пусть на $\mathscr{V}^+_\Gamma = \mathscr{V}^+_\Gamma(\mathscr{F}^+_D)$ задан некоторый линейный оператор l: $\mathscr{V}^+_\Gamma \to \Phi$, где Φ – некоторое линейное пространство. Рассмотрим краевую задачу: найти $v_{\bar D^+} \in \mathscr{V}_{\bar D^+}(\mathscr{F}_D)$ такую, чтобы

$$L_{D^+\bar D^+} v_{\bar D^+} = 0 \quad \text{и} \quad l u_{\Gamma^+} = \varphi, \qquad \varphi \in \Phi.$$

Т е о р е м а 8. *Поставленная краевая задача имеет решение в том и только том случае, если в классе* $\mathscr{V}^+_\Gamma$ *разрешима система уравнений*

$$P^+_\Gamma v_{\Gamma^+} = v_{\Gamma^+}, \qquad l v_{\Gamma^+} = \varphi.$$

Если v_{Γ^+} *есть решение этой системы, то решение исходной задачи задается формулой* $v_{\bar D^+} = P_{\bar D^+\Gamma^+} v_{\Gamma^+}$.

О п р е д е л е н и е. Пусть $\Gamma^+ = \Gamma$ и граница Γ не разбита на части Γ_i, так что $k_i \equiv k$. След V^+_Γ назовем э к о н о м н ы м, если наряду с каждой v_{Γ^+}, являющейся вектор-функцией столбцом высоты k, пространству следов V^+_Γ принадлежит также каждая вектор-функция, полученная из v_{Γ^+} заменой всех компонент, кроме любой одной из них, нулевыми функциями.

2. В качестве примера рассмотрим систему Стокса

$$\Delta \mathbf{u} - \operatorname{grad} p = \mathbf{f}, \qquad \operatorname{div} \mathbf{u} = g, \qquad \mathbf{u} = (u_x, u_y), \qquad \mathbf{f} = (f_x, f_y).$$

в области D^+ с достаточно гладкой границей, замыкание которой лежит в квадрате $D = \{x, y \mid 0 < x, y < 1\}$. Зададим нецелое положительное ν. Определим F_D как пространство, получающееся сужением на D вектор-функций $(\mathbf{f}, g)$, $\mathbf{f} \in \mathbf{C}_{E^2,\nu}$, $g \in C_{E^2,\nu+1}$, периодических с периодом 1 по x, причем f_x – четная периодическая с периодом 2 по y, а f_y и g – нечетные периодические с периодом 2 по y функции.

Пространство $U_{\bar D} = \{\mathbf{u}, p\}$, $\mathbf{u} = (u_x, u_y)$, определим как сужение на $\bar D$ вектор-функций, заданных на E^2 и имеющих вид

$$u_x = Ay(y-1) + u^*_x,$$
$$u_y = By + u^*_y,$$
$$p = Cy + p^*,$$

где A, B, C – произвольные постоянные, $u^*_x \in C_{E^2,\nu+2}$, $u^*_y \in C_{E^2,\nu+2}$, $p^* \in C_{E^2,\nu+1}$, причем u^*_x, u^*_y, p^* – периодические по x с периодом 1, u^*_x – четная и периодическая с периодом 2 по y, u^*_y и p^* – четные и периодические с периодом 2 по y функции. Положим $V_{\bar D} = U_{\bar D}$. Примем $\Gamma_H = \phi$, так что $\Gamma^+ = \Gamma$. Определим V^+_Γ как пространство вектор-функций $v_{\Gamma^+} = (v^{(1)}_\Gamma, v^{(2)}_\Gamma, v^{(3)}_\Gamma, v^{(4)}_\Gamma)$, компоненты которых принадлежат соответственно $v^{(1)}_\Gamma \in C_{\Gamma,\nu+2}$, $v^{(2)}_\Gamma \in C_{\Gamma,\nu+2}$, $v^{(3)}_\Gamma \in C_{\Gamma,\nu+1}$, $v^{(4)}_\Gamma \in C_{\Gamma,\nu+1}$.

Оператор следа γ^+ введем формулой

$$\gamma^+(\mathbf{u}, p) = \left(u_x, \; u_y, \; \frac{\partial u_\tau}{\partial n}, \; p\right),$$

где $\dfrac{\partial u_\tau}{\partial n}$ есть производная по направлению внутренней нормали "касательной скорости" $u_\tau = u_x \sin\alpha + u_y \cos\alpha$; здесь α – угол, образуемый касательной к контуру Γ и осью абсцисс. Введем еще норму

$$|v_\Gamma|_{\Gamma,\nu} \overset{\text{def}}{=} |v^{(1)}_\Gamma|_{\Gamma,\nu+2} + |v^{(2)}_\Gamma|_{\Gamma,\nu+2} + |v^{(3)}_\Gamma|_{\Gamma,\nu+1} + |v^{(4)}_\Gamma|_{\Gamma,\nu+1},$$

$$|\cdot|_{\Gamma,\mu} = \|\cdot\|_{C_{\Gamma,\mu}}.$$

Т е о р е м а 9. *Пространство* V^+_Γ *есть четкий и экономный след пространства* $V_{\bar D}$ *на границе* $\Gamma^+ = \Gamma$. *Оператор* P^+_Γ: $V^+_\Gamma \to V^+_\Gamma$ *ограничен.*

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша
Академии наук СССР, Москва

Поступило
21 X 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. *Calderon A.P.* Советско-американский симпозиум по уравнениям с частными производными в Новосибирске. М.: Изд-во АН СССР, 1963, с. 303–304. 2. *Seeley R.T.* – Amer. J. Math., 1966, vol. 88, p. 781–809. 3. *Хермандер Л.* В сб.: Псевдодифференциальные операторы. М.: Мир, 1967, с. 166–296. 4. *Рябенький В.С.* Тр. Всесоюзн. конф. по уравнениям с частн. произв. М.: Изд-во МГУ, 1978, с. 211–212. 5. *Рябенький В.С.* – ДАН, 1969, т. 185, № 3, с. 521–523. 6. *Рябенький В.С.* – УМН, 1971, т. 26, в. 3, с. 105–160. 7. *Белянков А.Я.* Канд. дис. ИПМ АН СССР, 1977, с. 1–100. 8. *Рябенький В.С., Белянков А.Д.* – ДАН, 1980, т. 254, № 5, с. 1080–1084. 9. *Белянков А.Я., Рябенький В.С.* Препринт ИПМ, 1981, № 70, с. 1–11. 10. *Белянков А.Я., Резник А.А., Рябенький В.С.* Там же, 1981, № 105, с. 1–27. 11. *Резник А.А.* – ДАН, 1982, т. 263, № 6, с. 1318–1321. 12. *Резник А.А.* Канд. дис. МФТИ, 1983, с. 1–200. 13. *Рябенький В.С.*, Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша, 1983, № 15, с. 1–25.

УДК 517.946 МАТЕМАТИКА

С.И. ТЕМИРБУЛАТОВ

К ОБЩЕЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

(Представлено академиком М.М. Лаврентьевым 26 V 1982)

1. Рассмотрим смешанную задачу в полупространстве $x_n > 0$ для параболической системы порядка $2a$, $a \geqslant 1$, при нарушении условия дополнительности, иначе говоря, изучим некорректную в классическом смысле граничную задачу. Установим единственность и условную устойчивость решения задачи в определенном классе U. Используя аналог метода тепловых потенциалов, задачу сводим к решению интегро-дифференциальных уравнений, которые затем приводятся к уравнениям типа Вольтерра второго рода. Отличительной особенностью настоящей работы является то, что в качестве ядра потенциала берется матрица, составленная из фундаментальной матрицы Z и производных по x_n до порядка $a-1$ решения системы и, кроме того, каждое равенство граничного условия может содержать производные по t и x_j, $j=1, 2, \ldots, n$, любого порядка.

2. Дана система N уравнений, параболических по И.Г. Петровскому (см. [1]), с постоянными коэффициентами

$$(1)\qquad A\left(\frac{\partial}{\partial t}, D\right)u=0, \quad t>0, \quad x_n>0, \quad |x|<\infty$$

порядка $2a$, $a \geqslant 1$. Требуется найти решение системы (1) в области

$$Q=\{t>0,\ x_n>0,\ x\in E_{n-1},\ x=(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1})\},$$

удовлетворяющее однородному начальному условию

$$(2)\qquad u|_{t=0}=0, \ldots, u_t^{(k_0-1)}|_{t=0}=0$$

и краевому условию вида

$$(3)\qquad \lim_{x_n\to 0} B_i\left(\frac{\partial}{\partial t}, D\right)u=f_i(x,t),$$

где $i=1, 2, \ldots, aN$, $D^k=\partial^k/\partial x_1^{k_1}\ldots\partial x_n^{k_n}$, k_0 – порядок производной по t.