

# Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

N. B. Il'inskii, A. V. Potashev, A. V. Rubinovskii,  
P. A. Fishenko, Решение некоторых задач теории  
взрыва в импульсно-гидродинамической постановке,  
*Trudy Sem. Kraev. Zadacham*, 1977, Issue 14, 98–109

<https://www.mathnet.ru/eng/kukz319>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you  
have read and agreed to these terms of use  
<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.84

May 21, 2025, 17:52:36



ИЛЬИНСКИЙ Н. Б., ПОТАШЕВ А. В., РУБИНОВСКИЙ А. В.,  
ФИЩЕНКО П. А.

## РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ВЗРЫВА В ИМПУЛЬСНО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ПОСТАНОВКЕ

В настоящей работе методом конформных преобразований решается ряд задач взрыва плоских шнуровых зарядов (ШЗ) в импульсно-гидродинамической постановке по твердо-жидкостной модели (ТЖМ) и для сравнения некоторых размеров выемки или пробойны — по жидкостной модели (ЖМ) (см., напр., [1]). Исследуется влияние геометрических и физических параметров на форму и размеры выемки выброса грунта и пробойны в пластине. Приводятся результаты числовых расчетов.

### § 1. Изучение влияния твердого дна при взрыве на выброс плоских ШЗ

В работе [1] по ТЖМ решена задача о взрыве точечного заглубленного заряда при наличии твердого (непробиваемого) дна. Ниже рассматривается задача о влиянии твердого дна на форму и размеры выемки выброса грунта при взрыве плоских ШЗ.

1. Пусть при взрыве бесконечно длинного плоского ШЗ сечением  $BAV'$  ширины  $2l$  на поверхности грунта  $CC'$ , на глубине  $H$  от которой находится непробиваемое дно, образовалась выемка выброса  $CFC'$  (рис. 1а). В силу симметрии относительно вертикальной оси будем рассматривать лишь правую половину области, которую обозначим  $G_z$ , а ее границу —  $\Gamma_z$ , где  $z = x + iy$  — физическая плоскость. Согласно импульсно-гидродинамической постановке существует комплексный потенциал течения  $w(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$ , где  $\varphi = -P/\rho$ ,  $P$  — импульсное давление,  $\rho$  — плотность грунта,  $\psi$  — функция тока. Обозначим через  $v_0$  величину критической скорости, характеризующую свойства грунта, а через  $P_0$  — величину импульсного давления на участке  $AB$  границы  $\Gamma_z$  (значения  $v_0$  и  $P_0$  считаются известными).

Требуется построить границу  $\Gamma_z$ , считая участки  $AB$  и  $BC$  эквипотенциалами, а участок  $AFEDC$  — линией тока, причем на  $FE$  и  $DC$  скорость постоянна и равна  $v_0$ .

2. Если ввести безразмерные переменные соотношениями

$$\tilde{z} = \frac{z}{l}, \quad \tilde{v} = \frac{vl}{\varphi_0}, \quad \tilde{w} = \frac{w}{\varphi_0}, \quad (1.1)$$

где  $\bar{v}$  — скорость,  $v = |\bar{v}|$ ,  $\varphi_0 = P_0/\rho$ , то решение задачи будет зависеть от двух параметров:  $\tilde{v}_0 = v_0 l / \varphi_0$  и  $\tilde{H} = H/l$ , т. к.  $\tilde{l} = 1$ ,  $\tilde{\varphi}_0 = 1$ . В дальнейшем будем использовать безразмерные переменные, опуская ради простоты знак  $\sim$ .

Введем в рассмотрение функцию

$$\chi = i \ln \left( \frac{1}{v_0} \frac{dw}{dz} \right) = \theta + is, \quad (1.2)$$

где  $\theta = \arg \bar{v}$ ,  $s = \ln v/v_0$ . На отдельных участках  $\Gamma_z$  имеем следующие краевые условия:

$$\begin{aligned} &\text{на } AB \quad \varphi = -1, \quad \theta = -\pi/2; \quad \text{на } BC \quad \varphi = 0, \quad \theta = \pi/2; \\ &\text{на } CD \quad \psi = 0, \quad s = 0; \quad \text{на } DE \quad \psi = 0, \quad \theta = 0; \\ &\text{на } EF \quad \psi = 0, \quad s = 0; \quad \text{на } FA \quad \psi = 0, \quad \theta = -\pi/2. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Согласно условиям (1.3) в плоскостях  $w$  и  $\chi$  области  $G_z$  соответствуют области  $G_w$  и  $G_\chi$  (рис. 1б и 1в, соответствующие точки обозначены одинаковыми буквами). Значение  $s$  в точке  $M$  обозначим через  $b$ ;  $M$  — точка, в которой скорость  $v$  достигает максимального значения на участке  $ED$ . Отобразим конформно полуплоскость  $\text{Im } \zeta > 0$  ( $\zeta = \xi + i\eta$ ) на области  $G_w$  и  $G_\chi$  соответственно функциями

$$w(\zeta) = \frac{i}{\pi} \int_{\text{ch } b}^{\zeta} \frac{d\tau}{\sqrt{(\tau+a)(\tau-\text{ch } b)}}, \quad \chi(\zeta) = \arcsin \sqrt{\zeta^2 - \text{sh}^2 b}. \quad (1.4)$$

При этом точкам  $A, F, E, M, D, C, B$  будут соответствовать точки оси  $\xi$ :  $-a, -\text{ch } b, -\text{sh } b, 0, \text{sh } b, \text{ch } b, \infty$ , причем  $a \geq \text{ch } b, b \geq 0$ .

Записав (1.2) в виде

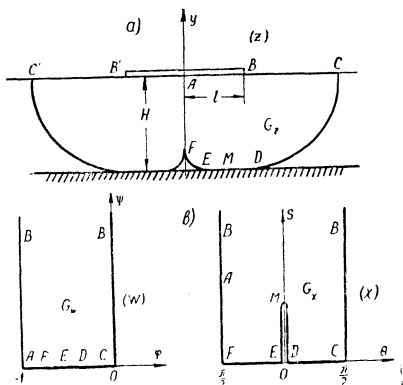


Рис. 1.

$$dz = \frac{1}{v_0} e^{i\lambda} \frac{dw}{d\zeta} d\zeta \quad (1.5)$$

и учитывая (1.4), найдем

$$z(\zeta) = \frac{-1}{\pi v_0} \int_{-a}^{\zeta} \frac{\sqrt{\tau^2 - \operatorname{sh}^2 b} - \sqrt{\tau^2 - \operatorname{ch}^2 b}}{\sqrt{(\tau + a)(\tau - \operatorname{ch} b)}} d\tau,$$

где параметры  $a$  и  $b$  определяются из условий соответствия точек  $B$  и  $D$  в областях  $G_z$  и  $G_c$ :  $\operatorname{Re} z(\infty) = 1$ ,  $\operatorname{Im} z(\operatorname{sh} b) = -H$ .

3. Исследуем влияние параметров  $a$  и  $b$  на форму  $\Gamma_z$ . При  $b=0$  участок  $EMD$  границы  $\Gamma_z$  стянется в точку, и дно не будет оказывать влияния на форму выемки выброса, т. е. рассматриваемая задача сведется к задаче о взрыве на поверхности полупространства [2]. Зависимость  $v_0 = v_0(H)$ , соответствующая этому случаю, изображена на рис. 2 сплошной линией. Если значениям  $v_0$  и  $H$  соответствует точка, лежащая выше этой кривой, то граница выемки не будет достигать дна.

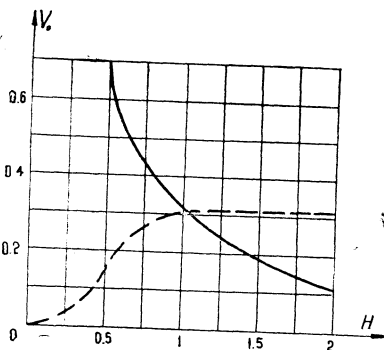


Рис. 2.

При  $a = \operatorname{ch} b$  точка  $F$  совпадет с точкой  $A$  границы  $\Gamma_z$ , а область  $G_z$  будет симметричной относительно оси  $x=1$ . Зависимость между  $H$  и  $v_0$ , соответствующая этому случаю, изображена на рис. 2 штриховой линией. Если  $v_0$  и  $H$  таковы, что соответствующая им точка в плоскости  $(H, v_0)$  лежит выше штриховой линии, то часть грунта, прилегающая к заряду, останется невыброшенной.

4. Для сравнения получим решение рассмотренной задачи по ЖМ. В этом случае области  $G_z$  и  $G_w$  имеют вид полуполос. Построив отображающую функцию  $w = w(z)$ , определим

$$v = \left| \frac{dw}{dz} \right| = \left| \frac{\sqrt{c-1} \operatorname{sh} t}{H(\operatorname{ch} t - c) \sqrt{\operatorname{ch} t - 1}} \right|, \quad (1.6)$$

где  $t = \pi z/H$ ,  $c = \operatorname{ch} \pi/H$ . Полагая в (1.6)  $v = v_0$ , найдем точку свободной поверхности, соответствующую краю выемки выброса.

5. Аналогично решается задача о взрыве щелевого заряда  $AB$  ширины  $l$  с выходом торца  $B$  на свободную поверхность. По ТЖМ области  $G_z$  в плоскости  $w$  соответствует полуполоса, а в плоскости  $\chi$  — полуполоса с двумя

разрезами:  $ANB(\theta=0, n \leq s < \infty)$  и  $EMD(\theta=0, 0 \leq s \leq m)$  где  $N$  — точка, в которой  $v$  принимает минимальное значение на участке  $AB$ . В плоскости  $\zeta = \xi + i\eta$  точкам  $A, F, E, M, D, C, B, N$  соответствуют точки  $-1, -\beta, -\alpha, 0, \alpha, \beta, 1, \infty$  оси  $\xi$ , где  $\alpha = \text{sh } m / \text{sh } n$ ,  $\beta = \text{ch } m / \text{ch } n$ , причем  $n > m$ . Построив отображающие функции  $\chi = \chi(\zeta)$  и  $\omega = \omega(\zeta)$  и учитывая (1.5), получим

$$z(\zeta) = \frac{\sqrt{2(1-\beta)}}{\pi v_0} \int_1^\zeta \frac{V\beta^2 - \tau^2 \text{ch } n - V\alpha^2 - \tau^2 \text{sh } n}{(\tau^2 - 1)V(\tau - 1)(\tau - \beta)} d\tau,$$

где параметры  $m$  и  $n$  определяются из соответствия точек  $A$  и  $D$  в областях  $G_z$  и  $G_\zeta$ :  $\text{Im } z(-1) = -1$ ,  $\text{Im } z(\alpha) = -H$ . Решение этой задачи по ЖМ имеет вид

$$v = \left| \frac{\text{sh } t}{H(\text{sh } t - 1)} \sqrt{\frac{1-d}{\text{ch } t - d}} \right|,$$

где  $t = \pi z / H$ ,  $d = \cos \pi / H$ .

6. Численные расчеты для поверхностного и щелевого ШЗ по ТЖМ проводились в полуобратной постановке. При этом в первой задаче задавались параметры  $a, b$ , во второй —  $m, n$ , а величины  $v_0, H$  отыскивались в процессе решения.

На рис. 3 изображены выемки, образованные взрывами поверхностных (кривые 1—3) и щелевых (кривые 4—6) зарядов. Соответствующие каждой выемке величины  $H, v_0$ , координаты характерных точек по ТЖМ ( $y_F, x_F, x_D, x_C$ ) и ЖМ ( $x_C^*$ ) при наличии дна, а также наибольшая глубина  $h$  и полуширина  $L$  выемки по ТЖМ при отсутствии дна [2, 3] приведены в табл. 1.

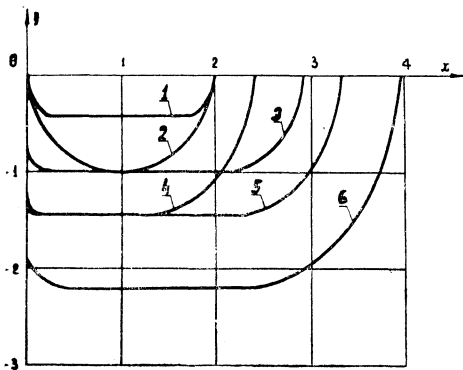


Рис. 3.

Таблица 1

№	$H$	$v_0$	$-y_F$	$x_E$	$x_D$	$x_C$	$x_C^*$	$h$	$L$
1	0,402	0,082	0	0,240	1,760	2	1,873	2,467	3,778
2	1	$1/\pi$	0	1	1	2	1,764	1	2
3	1	0,082	0,807	0,198	2,268	2,925	2,569	2,467	3,778
4	1,420	0,149	1,298	0,145	1,439	2,403	1,955	1,962	2,604
5	1,420	0,059	1,359	0,050	2,307	3,218	2,742	3,103	4,266
6	2,210	0,059	1,928	0,305	2,479	3,965	3,258	3,103	4,266

Из результатов расчетов следует, что наличие непробиваемого дна при взрыве плоских ШЗ (поверхностных и щелевых) ведет, как и при взрыве точечных заглубленных зарядов [1], к уменьшению размеров выемки выброса. Ширина выемки выброса по ЖМ получается меньше, чем по ТЖМ.

## § 2. Исследование влияния откосов на форму выемки выброса

В этом параграфе рассматриваются задачи об образовании выемок выброса при взрыве плоских поверхностных и щелевых ШЗ в области, ограниченной вертикальными откосами.

1. Пусть при взрыве на поверхности  $CC'$  бесконечно длинного ШЗ сечением  $BAV'$  ширины  $2l$ , по обе стороны от оси которого на расстоянии  $L$  находятся вертикальные откосы  $CN$  и  $C'N'$ , образовалась выемка  $NPN'$  (рис. 4а). В соответствии с принятой ТЖМ явления взрыва в окрестностях точек  $C, C'$  существуют „целики“, ограниченные линиями тока, на которых величина скорости равна критической.

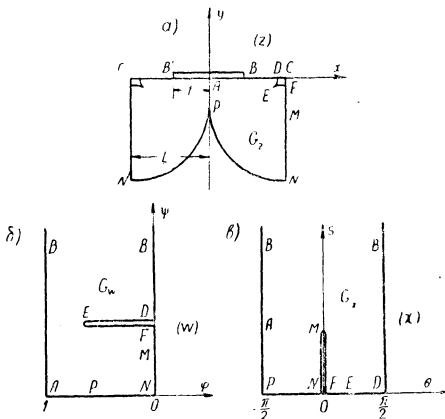


Рис. 4.

В силу симметрии относительно оси  $y$  будем рассматривать лишь правую половину области, которую обозначим  $G_z$ , а ее границу —  $G_z$ . Требуется построить границу  $G_z$ , считая ее участки  $AB, BD, FN$  эквипотенциалами, а  $DEF, APN$  — линиями тока, причем на  $PN$  и  $DEF$   $v = v_0$ . Величины  $v_0$  и  $\varphi_0$  считаются известными.

2. Если перейти к безразмерным переменным (1.1), то решение задачи

будет зависеть от двух параметров  $\tilde{v}_0$  и  $\tilde{L}$ , т. к.  $\tilde{l} = 1$ ,  $\tilde{\varphi}_0 = 1$  (в дальнейшем знак  $\sim$  будем опускать).

На отдельных участках границы  $\Gamma_z$  имеем следующие краевые условия:

$$\begin{aligned} &\text{на } AB \quad \varphi = -1, \quad \theta = -\pi/2; \quad \text{на } BD \quad \varphi = 0, \quad \theta = \pi/2; \\ &\text{на } DEF \quad \psi = \psi_1, \quad s = 0; \quad \text{на } FMN \quad \varphi = 0, \quad \theta = 0; \quad (2.1) \\ &\text{на } NP \quad \psi = 0, \quad s = 0; \quad \text{на } PA \quad \psi = 0, \quad \theta = -\pi/2; \end{aligned}$$

в точке  $M$  обозначим  $s = \hat{b}$ , где  $M$  — точка, в которой  $v$  достигает своего максимального значения на участке  $FMN$ ,  $\psi_1 = \text{const}$ .

Согласно условиям (2.1), в плоскостях  $w$  и  $\chi$  области  $G_z$  соответствуют области  $G_w$  и  $G_\chi$  (рис. 4б и 4в). Отобразим конформно полуплоскость  $\text{Im } \zeta > 0$  на области  $G_w$  и  $G_\chi$  соответственно функциями

$$\begin{aligned} w(\zeta) &= i\lambda \int_{-\text{sh } b}^{\zeta} \frac{(m - \tau) d\tau}{V(\tau^2 - \text{sh}^2 b)(\tau + a)(\tau - \text{ch } b)}; \\ \chi(\zeta) &= \arcsin V\zeta^2 - \text{sh}^2 b. \end{aligned} \quad (2.2)$$

При этом точкам  $A, P, N, M, F, E, D, B$  будут соответствовать точки оси  $\xi$ :  $-a, -\text{ch } b, -\text{sh } b, 0, \text{sh } b, m, \text{ch } b, \infty$ , причем  $a \geq \text{ch } b, b \geq 0, \text{sh } b \leq m < \text{ch } b$ .

Подставив (2.2) в (1.5), получим

$$z(\zeta) = \frac{\lambda}{v_0} \int_{-a}^{\zeta} \frac{(V\tau^2 - \text{sh}^2 b - V\tau^2 - \text{ch}^2 b)(\tau - m) d\tau}{V(\tau^2 - \text{sh}^2 b)(\tau + a)(\tau - \text{ch } b)}$$

где параметры  $a, b, m, \lambda$  определяются из условий соответствия точек в областях  $G_w$  и  $G_\zeta, G_z$  и  $G_\zeta$ :

$$\text{Re } w(\text{ch } b) = 0, \quad \text{Re } w(-a) = -1, \quad \text{Re } z(-\text{sh } b) = L, \quad \text{Re } z(\infty) = 1.$$

3. Исследуем влияние величин  $a$  и  $b$  на форму  $\Gamma_z$ .

При  $b = 0$  участок  $FN$  границы  $\Gamma_z$  стянется в точку, дуга  $FE$  станет прямолинейной, так как в этом случае  $m = 0$ , и совпадет с частью дуги  $NP$ . Остальная часть границы  $\Gamma_z$  ( $APED$ ) совпадет с границей выемки выброса, получающейся в случае отсутствия откосов.

С физической точки зрения этот факт объясняется следующим образом. При больших  $L$  и  $v_0$  влияние откосов не сказывается. При уменьшении значений  $L$  и  $v_0$  край выемки приближается к откосу и, начиная с момента, когда расстояние от нижней точки выемки до откоса становится равным

расстоянию от той же точки до горизонтальной свободной поверхности вдоль границы выемки, происходит пробой на откос.

Зависимость  $v_0 = v_0(L)$ , соответствующая этому случаю, изображена на рис. 5 сплошной линией. Если значениям  $L$  и  $v_0$  соответствует точка, лежащая выше этой кривой, то пробой на откос не происходит.

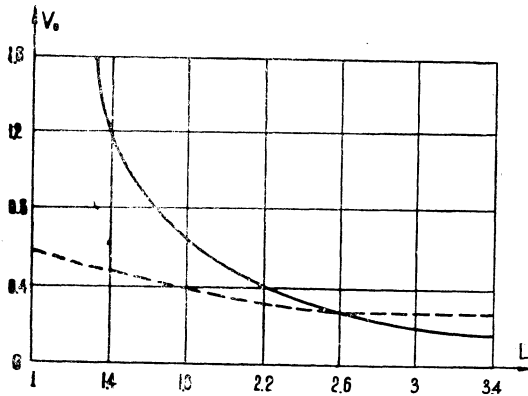


Рис. 5.

При  $a = \text{ch } b$  точки  $A$  и  $P$  границы  $\Gamma_z$  совпадают. Зависимость между  $L$  и  $v_0$ , соответствующая этому случаю, изображена на рис. 5 штриховой линией. Если  $L$  и  $v_0$  таковы, что точка, соответствующая им в плоскости  $(L, v_0)$ , лежит выше этой кривой, то часть грунта, прилегающая к заряду, останется невыброшенной.

4. Для сравнения получено решение задачи по ЖМ. Модуль вектора скорости в этом случае определяется из соотношения

$$v = \left| \frac{V(1-q)(1+\cos t)}{\cos t - q} \right|,$$

где  $t = \pi z/L$ ,  $q = \cos \pi/L$ .

5. Аналогично решается задача о взрыве щелевого заряда  $AB$  ширины  $l$  с выходом торца  $B$  на свободную поверхность. Решение этой задачи по ТЖМ записывается в виде

$$z(\zeta) = \frac{\lambda}{v_0} \int_1^{\zeta} \frac{(V\alpha^2 - \tau^2 \text{sh } c - V\beta^2 - \tau^2 \text{ch } c)(\tau - m)}{(\tau^2 - 1)V(\tau^2 - \alpha^2)(\tau - \beta)(\tau - 1)} d\tau,$$

где  $\alpha = \text{sh } d/\text{sh } c$ ,  $\beta = \text{ch } d/\text{ch } c$ , параметры  $d$  и  $c$  определяют величину скорости в точках  $M$  и  $Q$  ( $Q$  — точка заряда, в которой  $v$  минимальна). Области течения  $G_z$  соответствует



полуплоскость  $\text{Im } \zeta > 0$ , а точкам границы  $\Gamma_z$ :  $A, P, N, M, F, E, D, B, Q$  — точки оси  $\xi$ :  $-1, -\beta, -\alpha, 0, \alpha, m, \beta, 1, \infty$ , причем  $c > d \geq 0, \alpha \leq m < \beta$ .

Параметры  $c, d, m, \lambda$  определяются из условий соответствия точек в областях  $G_w$  и  $G_c, G_z$  и  $G_t$ :

$$\text{Re } w(\beta) = 0, \text{Re } w(-1) = -1, \text{Re } z(-\alpha) = L, \text{Im } z(-1) = -1,$$

где

$$w(\zeta) = i\lambda \int_{-\alpha}^{\zeta} \frac{(m-\tau) d\tau}{(\tau-1)\sqrt{(\tau^2-\alpha^2)(\tau-\beta)(\tau+1)}}.$$

Решение этой задачи по ЖМ имеет следующий вид

$$v = \left| \sqrt{\frac{(g-1)(1+\cos t)}{(g-\cos t)(1-\cos t)}} \right|,$$

где  $t = \pi z/L, g = \text{ch } \pi/L$ .

6. Численные расчеты для рассмотренных задач по ТЖМ проводились в полуобратной постановке. При этом для первой задачи задавались параметры  $a$  и  $b$ , для второй —  $c$  и  $d$ , а величины  $v_0$  и  $L$  отыскивались в процессе решения.

На рис. 6 изображены выемки, образованные взрывами поверхностных (кривые 1—3) и щелевых (кривые 4—6) зарядов. Соответствующие каждой выемке величины  $L$  и  $v_0$ , координаты характерных точек по ТЖМ ( $y_N, y_F, x_D$ ) и ЖМ ( $y_N^*, y_F^*, x_D^*$ ) при наличии откосов, а также значения глубины ( $h'$ ) и ширины ( $L'$ ) выемок при отсутствии откосов [2, 3] приведены в табл. 2.

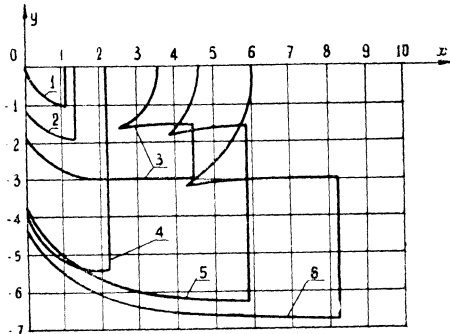


Рис. 6.

Таблица 2

№	$L$	$v_0$	$-y_N$	$-y_N^*$	$-y_F$	$-y_F^*$	$x_D$	$x_D^*$	$h'$	$L'$
1	1,058	0,60	1,050	0,825	0,003	0,003	1,053	1,053	0,529	1,593
2	1,323	0,24	1,975	1,502	0,009	0,041	1,320	1,283	1,324	2,341
3	4,480	0,08	3,081	—	1,672	—	3,539	2,758	2,538	3,879
4	2,200	0,023	5,501	4,817	0,081	0,114	2,122	2,065	4,724	6,790
5	5,914	0,023	6,327	—	1,596	—	4,688	4,108	4,724	6,790
6	8,349	0,021	6,810	—	2,934	—	6,082	4,885	5,185	7,273

Полученные результаты показывают, что размеры выемки выброса, полученные по ЖМ, меньше, чем по ТЖМ. Из расчетов также видно, что наличие откосов приводит к увеличению глубины выемки.

### § 3. Пробивание пластины взрывом плоских ШЗ

В работе [4] исследована задача взрыва плоского ШЗ на поверхности тонкой пластины, т. е. такой, у которой толщина много меньше ширины заряда. Показано, что ширина пробоины растет с увеличением импульса давления медленнее, чем при взрыве на поверхности полупространства. Вследствие того, что пластина считалась тонкой, пробоина получилась симметричной относительно оси  $y = -H/2$  (рис. 7а). Ниже рассматривается взрыв на поверхности пластины произвольной толщины.

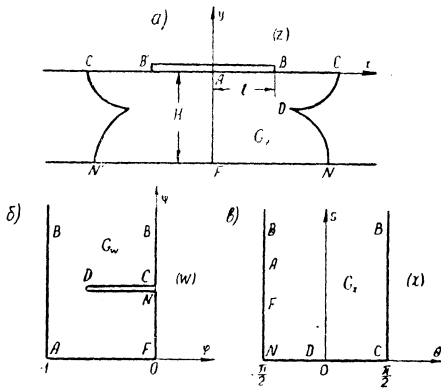


Рис. 7.

Требуется построить границу  $\Gamma_2$ , считая участки  $AB$ ,  $BC$ ,  $NF$  эквипотенциалами, а участки  $CDN$  и  $AF$  — линиями тока, причем на  $CDN$  выполняется условие  $v = v_0$ .

2. Перейдем к безразмерным переменным  $\tilde{z} = z/H$ ,  $\tilde{w} = w/\varphi_0$ ,  $\tilde{v} = vH/\varphi_0$ . Тогда решение задачи будет зависеть от двух параметров  $\tilde{v}_0$  и  $\tilde{l}$ , т. к.  $\tilde{H} = 1$ ,  $\tilde{\varphi}_0 = 1$ . В дальнейшем знак  $\sim$  будем опускать.

На отдельных участках границы  $\Gamma_2$  имеем следующие краевые условия:

$$\begin{aligned} &\text{на } AB \quad \varphi = -1, \quad \theta = -\pi/2; \quad \text{на } BC \quad \varphi = 0, \quad \theta = \pi/2; \\ &\text{на } CDN \quad \psi = \psi_1, \quad s = 0; \quad \text{на } NF \quad \varphi = 0, \quad \theta = -\pi/2; \\ &\text{на } FA \quad \psi = 0, \quad \theta = -\pi/2, \quad \text{где } \psi_1 = \text{const.} \end{aligned} \quad (3.1)$$

1. Пусть при взрыве бесконечно длинного плоского ШЗ сечением  $BAB'$  ширины  $2l$  на поверхности пластины  $CC'$  толщины  $H$  образовалась пробоина  $CNN'C'$ . Критическая скорость материала пластины  $v_0$  и величина потенциала на поверхности заряда  $\varphi_0$  считаются известными. В силу симметрии физической области относительно оси  $y$  рассмотрим лишь ее правую половину, которую обозначим  $G_2$ , а ее границу —  $\Gamma_2$ .

Согласно условиям (3.1) в плоскостях  $w$  и  $\chi$  области  $G_z$  соответствуют области  $G_w$  и  $G_\chi$  (рис. 7б и 7в). Отообразим конформно полуплоскость  $\text{Im } \zeta > 0$  на области  $G_w$  и  $G_\chi$  соответственно функциями

$$w(\zeta) = i\lambda \int_f^{\zeta} \frac{(d-\tau) d\tau}{V(\tau^2-1)(\tau-a)(\tau-f)}, \quad \chi(\zeta) = \arcsin \zeta. \quad (3.2)$$

При этом точкам  $A, F, N, D, C, B$  будут соответствовать точки оси  $\xi$ :  $a, f, -1, d, 1, \infty$ , причем  $-1 \leq d < 0$ ,  $a < f \leq -1$ .

Подставляя (3.2) в (1.5), получим

$$z(\zeta) = \frac{\lambda}{v_0} \int_a^{\zeta} \frac{(\tau - V\tau^2 - 1)(\tau - d) d\tau}{V(\tau^2 - 1)(\tau - a)(\tau - f)},$$

где параметры  $a, f, d, \lambda$  определяются из условий соответствия точек в областях  $G_w$  и  $G_\chi$ ,  $G_z$  и  $G_c$ :

$$\text{Re } w(1) = 0, \quad \text{Re } w(a) = -1, \quad \text{Im } z(f) = -1, \quad \text{Re } z(\infty) = l.$$

3. В зависимости от величин параметров выемка выброса принимает различный вид. При  $f = -1$  участок  $FN$  границы  $\Gamma_z$  стянется в точку, дуга  $DN$  перейдет в прямолинейный отрезок, так как в этом случае  $d = -1$ , и совпадет с осью  $y$ . Остальная часть границы  $\Gamma_z(ADC)$  совпадет с границей выемки выброса, образованной взрывом плоского ШЗ на поверхности полупространства.

Этот факт объясняется следующим. При малых  $l$  или больших  $v_0$  наличие нижней свободной поверхности  $NN'$  не влияет на форму выемки. При увеличении  $l$  или уменьшении  $v_0$  граница выемки приближается к  $NN'$  и, начиная с момента, когда расстояние от точки разветвления границы выемки до  $NN'$  становится равным длине криволинейной части границы (рассматривается половина выемки), происходит пробой пластины.

Зависимость  $v_0 = v_0(l)$ , соответствующая этому случаю, изображена на рис. 8. Если значениям  $l$  и  $v_0$  соответствует точка, лежащая выше этой кривой, то пробой пластины не происходит.

4. Для сравнения получено решение задачи по ЖМ. Оно имеет следующий вид

$$x_C = \text{arcsch} \left( \frac{\text{sh } \pi l}{v_0} + \text{ch } \pi l \right), \quad x_N = \text{arcsch} \left( \frac{\text{sh } \pi l}{v_0} - \text{ch } \pi l \right). \quad (3.3)$$

Из (3.3) видно, что при  $l > 0$  имеем  $x_C > x_N$ , т. е. ширина пробоины сверху всегда больше ширины пробоины снизу.

5. Аналогично решается задача о взрыве щелевого заряда  $AB$  с торцом  $B$  на свободной поверхности. В этом случае неизвестная граница  $\Gamma_z$  области  $G_z$  может быть построена при помощи следующей формулы

$$z(\zeta) = \frac{i\lambda m}{v_0} \int_0^{\zeta} \frac{(\tau \sqrt{m^2 - 1} - \sqrt{m^2 \tau^2 - 1})(\tau - c)}{(\tau^2 - 1) \sqrt{(m^2 \tau^2 - 1)(\tau - 1)(\tau - n)}} d\tau,$$

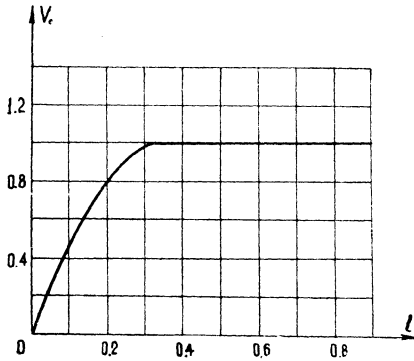


Рис. 8.

где параметр  $m$  определяет  $\min v$  на заряде  $AB$ . Области течения  $G_z$  соответствует полуплоскость  $\text{Im } \zeta > 0$ , а точкам границы  $\Gamma_z$ :  $A, F, N, D, C, B$  — точки оси  $\xi$ :  $-1, n, -1/m, c, 1/m, 1$ , причем  $-1/m < c < 0$ .

Параметры  $c, m, n, \lambda$  определяются из условий соответствия точек в областях  $G_w$  и  $G_z, G_z$  и  $G_z$ :

$$\begin{aligned} \text{Re } w(1/m) &= 0, & \text{Re } w(-1) &= \\ & & &= -1, & \text{Im } z(-1) &= -l, \\ & & & & \text{Im } z(n) &= -1, \end{aligned}$$

где

$$w(\zeta) = \lambda \int_n^{\zeta} \frac{(\tau - c) d\tau}{V(\tau^2 m^2 - 1)(\tau - n)(\tau + 1)(\tau - 1)}.$$

Выражение для  $v$ , полученное при решении задачи по ЖМ, может быть записано следующим образом

$$v = \left| \frac{V 2(f+1) \cos t}{(\sin t + 1) \sqrt{(\sin t - 1)(\sin t - f)}} \right|,$$

где  $t = i\pi z, f = -\cos \pi l$ .

6. Численные расчеты для этих задач по ТЖМ также проводились в полуобратной постановке. При этом для первой задачи задавались параметры  $a$  и  $f$ , для второй —  $m$  и  $n$ , а величины  $v_0$  и  $l$  отыскивались в процессе решения.

На рис. 9 изображены пробоины для поверхностных (кривые 1—2) и щелевых (кривые 3—5) зарядов. Соответствующие каждой пробоине величины  $l$  и  $v_0$ , координаты характерных точек по ТЖМ ( $x_C, x_N, x_D, y_D$ ) и ЖМ ( $x_C^*, x_N^*$ ) приведены в табл. 3.

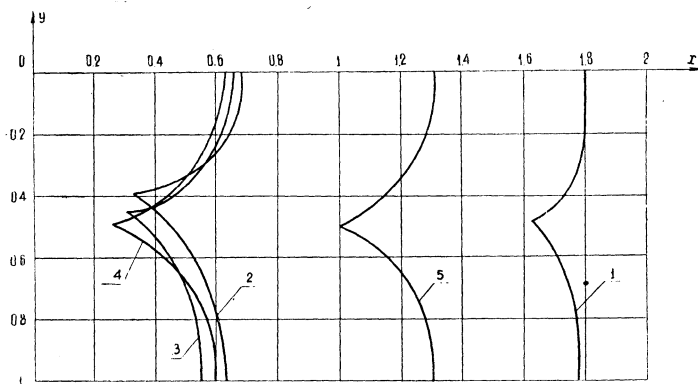


Рис. 9.

Таблица 3

№	$l$	$v_0$	$x_C$	$x_C^*$	$x_N$	$x_N^*$	$x_D$	$-y_D$
1	0,134	0,005	1,793	1,645	1,786	1,637	1,624	0,491
2	0,120	0,160	0,780	0,611	0,632	0,255	0,326	0,398
3	0,840	0,909	0,613	0,483	0,602	0,463	0,248	0,493
4	0,516	0,689	0,658	0,520	0,562	0,360	0,299	0,456
5	0,232	0,275	0,741	0,611	0,606	0,370	0,369	0,423

Полученные результаты показывают, что ширина пробойны, полученная по ЖМ, меньше, чем по ТЖМ. Из расчетов также видно, что в общем случае пробойна не симметрична относительно оси  $y = -H/2$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов В. М., Поляк Э. Б. Импульсно-гидродинамические схемы расчета взрыва на выброс шнуровых зарядов. — „Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых“, 1973, № 4, с. 32—39.
2. Кузнецов В. М. О форме воронки выброса при взрыве на поверхности грунта. — ПМТФ, 1960, № 3, с. 152—156.
3. Поляк Э. Б. О форме воронки выброса при взрыве вертикальных зарядов. — „Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых“, 1974, № 3, с. 118—122.
4. Кузнецов В. М. О взрыве на поверхности пластинки. — ПМТФ, 1962, № 3, с. 40—43.

Доложено на семинаре 21 апреля 1976 г.