КОНФЕРЕНЦИЯ, ПОСВЯЩЕННАЯ 80-ЛЕТИЮ Б. В. ГНЕДЕНКО

(Москва, 28—30 января 1992 г.)

А. К. Алешкявичене (Вильнюс). Об асимптотике усеченных U-статистик. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — независимые одинаково распределенные случайные величины, $X_{n,1} \leqslant \ldots \leqslant X_{n,n}$ — их порядковые статистики,

$$U_n = (C_n^m)^{-1} \sum_{1 \leqslant i_1 < \ldots < i_m \leqslant n} h(X_{i_1}, \ldots, X_{i_m})$$

— невырожденная U-статистика m-го порядка с ядром h, $W_{n,1} \leqslant \ldots \leqslant W_{n, C_n^m}$ — упорядоченные значения псевдовыборки $\{h(X_{i_1}, \ldots, X_{i_m}),\ 1 \leqslant i_1 < \ldots < i_m \leqslant n\}$. В работе изучаются асимптотические свойства двух типов усеченных U-статистик:

$$U_{n\alpha\beta} = (1-\alpha-\beta)^{-m} (C_n^m)^{-1} \Sigma' W_{n,i}, \tag{1}$$

$$\widetilde{U}_{n\alpha\beta} = (1-\alpha-\beta)^{-m} (C_n^m)^{-1} \Sigma'' h(X_{n,i_1}, \ldots, X_{n,i_m}), \tag{2}$$

где $\alpha, \beta \in (0, 1/2)$, Σ' обозначает суммирование по i от $[\alpha C_n^m]+1$ до $C_n^m - [\beta C_n^m]$, Σ'' — суммирование по множеству индексов $\{[\alpha n]+1 \leqslant i_1 < \ldots < i_m \leqslant n - [\beta n]\}$. Найдена скорость сходимости в слабом и сильном представлении статистик (1), (2) через обычные (неусеченные) U-статистики. Изучена скорость сходимости в ЦПТ и в функциональных предельных теоремах, а также доказаны теоремы больших уклонений.

А. М. Андронов (Рига). Декомпозиционный алгоритм нахождения оптимальных стратегий в управляемой марковской цепи макротипа размножения и гибели. Конечная цепь Маркова называется цепью макротипа размножения и гибели, если множество состояний цепи можно разбить на макросостояния (классы) так, что из каждого макросостояния (точнее, состояний, принадлежащих данному макросостоянию) за один шаг можно перейти только в соседние макросостояния. Пусть для каждого состояния имеется некоторое множество решений, определяющих тот или иной доход при попадании в это состояние. Говорят, что задана стационарная стратегия, если для каждого состояния выбрано некоторое решение. Предполагается, что при всех стратегиях цепь Маркова является регулярной. Задача заключается в нахождении оптимальной стратегии, максимизирующей средний доход в стационарном режиме. При большой размерности задачи применение известных методов встречает вычислительные трудности. В работе предлагается декомпозиционный метод, при котором на каждом шаге решается аналогичная задача меньшей размерности — для одного макросостояния. Последовательный перебор макросостояний заканчивается, как только ни для одного из них нельзя улучшить никакое решение. Полученная стратегия и будет оптимальной.

В. В. Анисимов (Киев). Предельные теоремы для переключающихся процессов и их применения в задачах обслуживания. Рассматривается специальный класс случайных процессов с дискретным вмешательством случая — переключающиеся процессы (ПП) [1], а также подкласс рекуррентных процессов полумарковского типа (РППМ). Исследуется схема серий с «быстрыми» переключениями (число переключений на промежутке $[0, T]$ стремится по вероятности к ∞). Для общих ПП доказан принцип усреднения, согласно которому нормированная траектория ПП равномерно сходится в $\mathscr{D}_{[0,T]}$ к решению $s(t)$ детерминированного дифференциального уравнения. Для подкласса РППМ доказана также сходимость отклонений траекторий от $s(t)$ к диффузионному процессу. Рассмотрены применения полученных результатов к задачам асимптотического анализа очередей в перегруженных системах и сетях обслуживания типа $(M_{\bar{Q}}/M_{\bar{Q}}/m/\infty)^r$, $(SM_{\bar{Q}}/M_{\bar{Q}}/m/\infty)^r$, а также к ветвящимся процессам с большим числом частиц и динамическим системам со случайными переключениями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анисимов В. В. Случайные процессы с дискретной компонентой. Предельные теоремы. Киев, 1988.

А. Е. Барабанов (Санкт-Петербург). Обновляющиеся процессы.

И. Г. Башмакова. Б. В. Гнеденко — историк науки. Борис Владимирович Гнеденко известен не только как крупный математик и замечательный педагог — он по праву считается одним из наиболее выдающихся историков математики. Им написано более 50 статей и книг. Первая его книга «Очерки по истории математики в России», изданная полвека назад, до сих пор остается лучшей по истории отечественной математики. Гнеденко подробно исследовал творчество Эйлера, Гаусса, Остроградского, Лобачевского, привлекая первоисточники и архивные материалы. Ряд его работ посвящен истории теории вероятностей. В частности, он предпринял глубокое изучение процесса формирования основных понятий теории вероятностей: случайного события, вероятности, случайной величины и ее распределения и др. Важное место в творчестве Гнеденко занимают философские проблемы математики: определение ее предмета, вопрос о принципиальных отличиях математики от естественных наук, взаимоотношение ее с практикой. В настоящее время он работает над книгой воспоминаний, в которой найдет отражение история возникновения и развития знаменитой Московской математической школы.

Ю. Н. Благовещенский, И. В. Святодух. Регрессия квантилей. Во многих приложениях важной задачей является изучение временнóй эволюции распределения F_t той или иной величины (характеристики объекта). При этом, как правило, можно ограничиться наблюдением за вектором квантилей $Q_t=(q_t(\lambda_j))$ для фиксированного набора уровней $0<\lambda_1<\ldots<\lambda_s<1$ (на практике $s\simeq 3\div 10$). Статистические данные представляют собой выборки $(X)_{ti}$, наблюдаемые в моменты времени $t_1<\ldots<t_r$ и имеющие объем $n_1, \ldots, n_r$ соответственно, причем предполагается, что $(1+\min n_i)\min(\lambda_1, 1-\lambda_s)\geqslant 1$. Рассмотрим простейшую регрессионную модель $Q_t=\Theta\psi_t$, где Θ — $(s\times l)$-матрица неизвестных параметров, ψ_t — l-мерный вектор известных регрессоров (линейно независимых на любом интервале времени). Пусть Y_t — непараметрическая оценка вектора квантилей Q_t. Рассмотрим взвешенную МНК-оценку $\widehat{\Theta}=BH^{-1}$, где $B=\Sigma\,\pi_i Y_{t_i}\psi_{t_i}^{\top}$, $H=\Sigma\,\pi_i\psi_{t_i}\psi_{t_i}^{\top}$, $\top$ — знак транспонирования, а π_i — «вес» выборки $(X)_{t_i}$: $\pi_i=n_i/n$, $n=n_1+\ldots+n_r$. В работе устанавливается асимптотическая нормальность оценки $\widehat{\Theta}=\widehat{\Theta}_n$ (при $n\to\infty$) при весьма широких предположениях относительно числа выборок r и их объемов (n_i). Именно, пусть выполнено следующее условие «невырожденности» набора $(t_i, n_i)_{i=1,\ldots,r}$: (A) существуют такие (фиксированные) непересекающиеся интервалы $\Delta_1, \ldots, \Delta_{l+1}$, что $\Sigma\pi_i I\{t_i\in\Delta_k\}\geqslant h>0$ для всех $k=1, \ldots, l+1$ при $n\geqslant n(h)$. Кроме того, предположим, что распределение F_t имеет плотность $f_t(x)$, причем $\varepsilon^{-1}\leqslant f_t(q_t(\lambda))\leqslant\varepsilon$ при $\delta\leqslant\lambda\leqslant 1-\delta$, $\varepsilon=\varepsilon(\delta)$. Тогда для любого l-мерного вектора $v\neq 0$ при $n\to\infty$

$$\sqrt{n}\,v^{\top}(\widehat{\Theta}_n-\Theta)\,v\Rightarrow\mathbf{N}(0,\ \sigma^2),$$

где $\sigma=\sigma(v)>0$.

Замечания. 1. Условие (A) близко к необходимому условию состоятельности $\widehat{\Theta}_n$.

2. Наряду с простыми крайними случаями $n_i\simeq\mathrm{const}$, $r\to\infty$ и $r\simeq\mathrm{const}$, $n_i\simeq n/r\to\infty$ условие (A) охватывает также ситуации, когда выборки являются существенно разнопорядковыми.

А. В. Булинский. Скорость нормального приближения для полей ассоциированных величин. Одна из эквивалентных формулировок свойства ассоциированности семейства $X=\{X_t,\ t\in T\}$ действительных случайных величин означает, что $\mathrm{cov}(f(Y),\ g(Y))\geqslant 0$ для любых конечных наборов $Y=(X_{t_1},\ldots,X_{t_n})$ и любых непрерывных ограниченных функций $f,\ g:\mathbf{R}^n\to\mathbf{R}$, не убывающих по каждому аргументу. Таким свойством обладает всякая совокупность независимых величин. Важную роль свойство ассоциированности играет в ряде моделей статистической механики, где оно носит название FKG-неравенства. В докладе рассмотрены различные примеры ассоциированности, в том числе возникшие в последние годы в связи с изучением случайных мер. Приведены полученные автором неулучшаемые моментные неравенства для сумм ассоциированных мультииндексированных величин, образующих центрированное случайное поле $\{X_j,\ j\in\mathbf{Z}^d\}$. Эти неравенства использованы для установления скорости сходимости к нормальному закону распределений нормированных сумм

$$[\sigma(V)]^{-1}\sum_{j\in V}X_j,\ \text{где}\ \sigma(V)=\left(\mathbf{E}\left(\sum_{j\in V}X_j\right)^2\right)^{1/2},$$

V — конечное подмножество решетки $\mathbf{Z}^d$, имеющее произвольную конфигурацию.

О. П. Виноградов. Предельные законы Гнеденко и случайное блуждание с коррекцией. Вводится определение случайного блуждания с коррекцией: $S_n=\xi_1+...+\xi_n+\alpha\max(\eta_0, ..., \eta_n)$. Задача о распределении максимума $\max(S_1, ..., S_n)$ включает в качестве частного случая распределение максимума обычного случайного блуждания, распределение максимального члена вариационного ряда, распределение времени пребывания в многофазной системе массового обслуживания с идентичным обслуживанием. Эта задача может быть решена в ряде случаев. Если вклад $\max(\eta_0, ..., \eta_n)$ в блуждание велик ($\alpha\to\infty$), то предельные законы совпадают с законами, полученными Б. В. Гнеденко для максимального члена вариационного ряда.

Б. Григелионис (Вильнюс). О применении стохастического анализа в экономике финансов. Доклад посвящен дальнейшему развитию мартингального подхода, предложенного Гербером в [1] (см. также [2] и цитированную там литературу), с целью доказательства экспоненциальных неравенств Лундберга для вероятностей разорения в моделях страхования Кокса. Предполагается, что условная интенсивность процесса Кокса, описывающего поток заявок, является функцией от процесса Маркова с общим пространством состояний. Решение задачи сводится к определенной спектральной проблеме для оператора, выраженного в терминах инфинитезимального оператора марковского процесса и функции, задающей условную интенсивность процесса Кокса. Общий подход проиллюстрирован несколькими примерами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gerber H. U. Martingales in risk theory//Mitt. Ver. schweiz. Versicherungsmath. 1973. **73**. 205—216.
2. Grandell J. Aspects of risk theory. Berlin, 1991.

Р. Л. Добрушин. Применение теории больших уклонений в теории очередей. В приложениях теории очередей отказ системы, как правило, связан с наступлением событий малой вероятности. Значения этих вероятностей, априорно задаваемые как уровни значимости, определяются «заказником» системы достаточно грубо — «с логарифмической точностью». В этой ситуации представляется адекватным использование асимптотической теории больших уклонений. Трудности, связанные с вычислением функции действия для возникающих здесь сложных марковских процессов, удается обойти, представляя интересующее нас событие как некоторое множество реализаций входного потока, для которого функция действия выписывается явно. Подход иллюстрируется на решении двух задач: о вычислении вероятности большой задержки в тандеме обслуживающих устройств (совм. с Е. Печерским) и об оценке больших уклонений траектории кусочно-однородного случайного блуждания, имеющего несовпадающие переходные вероятности в двух полупространствах (совм. с В. Блиновским).

А. Н. Дудин (Минск). Системы массового обслуживания в случайной среде. Потребность адекватного описания процессов передачи информации в современных и перспективных сетях связи поставила на повестку дня вопрос об исследовании математических моделей систем массового обслуживания (СМО), функционирующих в случайной среде. Под средой обычно понимается марковский (полумарковский) случайный процесс (с конечным или счетным числом состояний), от текущего состояния которого зависят параметры СМО. Пионерской работой в этой области является монография [1], где СМО в случайной среде исследуется под названием системы с частичным выходом прибора из строя. В докладе излагаются следующие результаты автора: аналитическое исследование систем $M/G/1$ в среде типа «размножение и гибель» (как модели передачи информации в режиме адаптивной коммутации), в полумарковской среде, в синхронной среде; исследование бесконечно линейных систем в полумарковской и марковской случайных средах. Создано программное обеспечение расчета таких систем на ППЭВМ типа IBM PC AT.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. М., 1966.

А. И. Зейфман (Вологда). Свойства типа эргодичности для неоднородных марковских цепей с непрерывным временем. Впер-

вые на возможность применения методов теории линейных дифференциальных уравнений к исследованию марковских цепей с непрерывным временем указано в заметке [1]. Наилучшие результаты удается получить для процессов рождения и гибели (однородный случай исследован в [2]). В докладе формулируется одно утверждение для неоднородного процесса рождения и гибели с интенсивностями $\lambda_i(t)$, $\mu_i(t)$. Пусть $\{d_i\}$ — последовательность положительных чисел, а $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ — соответственно нижняя и верхняя грани по i выражения

$$\lambda_i(t) + \mu_{i+1}(t) - (d_{i+1}\lambda_{i+1}(t) + d_{i-1}\mu_i(t))/d_i.$$

Теорема. *Предположим, что последовательность $\{d_i\}$ удовлетворяет условиям $d_{-1}=d_0=1$ и $\inf\{d_i\}>0$. Тогда для любых $s\geqslant 0$, $t\geqslant s$*

$$\|p(s)-q\|_{l_{1D}}\cdot\exp\left(-\int_s^t\beta(u)\,du\right)\leqslant\|p(t)-q\|_{l_{1D}}\leqslant$$

$$\leqslant\|p(s)-q\|_{l_{1D}}\cdot\exp\left(-\int_s\alpha(u)\,du\right),$$

где $p(\cdot)$ — распределение цепи, q — стационарное распределение, а норма $\|\cdot\|_{l_{1D}}$ определяется равенством

$$\|z\|_{l_{1D}}=\sum_{i=0}^{\infty}d_i\sum_{j=i+1}^{\infty}|z_j|.$$

При этом первое неравенство верно при условии $p(s)\leqslant q$ (или $p(s)\geqslant q$).

Автор благодарен Л. Г. Афанасьевой, указавшей на задачу получения нижней оценки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнеденко Б. В., Макаров И. П. Свойства решений задачи с потерями в случае периодичности интенсивностей//Дифференц. уравнения. 1971. 7, № 9. 1696—1698.
2. Zeifman A. I. Some estimates of the rate of convergence for birth and death processes //J. Appl. Prob. 1991. 28, N 2. 268—277.

В. М. Золотарев. Развитие классической и неклассической теорий предельных теорем для сумм независимых случайных величин. Теория предельных теорем для сумм независимых случайных величин на протяжении более чем 250-летнего развития теории вероятностей была стержнем этой науки, источником многих новых идей и моделей. В докладе прослеживаются четыре этапа развития этой теории. Ниже приводится краткий план доклада.

1) Основные достижения теории предельных теорем от Я. Бернулли (1713) до А. М. Ляпунова (1900). Формирование трех типов предельных теорем (закон больших чисел, центральная предельная теорема, теорема Пуассона).

2) Развитие теории от А. М. Ляпунова и А. А. Маркова (1901) до А. Н. Колмогорова (1933). Модель (аксиоматика) Колмогорова, ее особенности.

3) Всестороннее исследование проблем, связанных с моделью суммирования независимых случайных величин [1, 2]. Асимптотический анализ модели Колмогорова. Результаты Б. де Финетти, А. Н. Колмогорова, П. Леви, А. Я. Хинчина и Б. В. Гнеденко, составившие фундамент классической теории. Особая роль монографии [2].

4) Современные пути модификации и обобщения модели Колмогорова. Основные результаты последних трех десятилетий [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хинчин А. Я. Предельные законы для сумм независимых случайных величин. М.; Л., 1938.
2. Гнеденко Б. В., Колмогоров А. Н. Предельные распределения для сумм независимых случайных величин. М.; Л., 1949.
3. Золотарев В. М. Современная теория суммирования независимых случайных величин. М., 1986.

В. Ю. Королев, В. М. Круглов. Предельные теоремы для случайных сумм независимых случайных величин. Асимптотическое поведение сумм случайного числа независимых случайных величин в схеме серий было впервые рассмотрено в работах Б. В. Гнеденко и его учеников, опубликованных в конце 60-х — начале 70-х годов. В докладе дан обзор современного состояния этого направления (см. [1]) и приведены некоторые новые результаты. В классической схеме серий в качестве предельных распределений для сумм случайного числа независимых слагаемых невозможно получить сдвиговые смеси безгранично делимых законов, возникающие как предельные распределения в схеме «нарастающих» случайных сумм. Указанное противоречие может быть снято с помощью центрирования случайных сумм константами в схеме серий. В докладе сформулирована соответствующая теорема переноса. Приведена общая теорема, содержащая необходимые и достаточные условия сходимости распределений центрированных константами сумм случайного числа независимых случайных величин [2]. Обсуждаются также некоторые новые оценки скорости сходимости распределений случайных сумм к нормальному закону [3].

Случайные суммы могут играть заметную роль в мозаичных моделях роста надежности, используемых, в частности, для прогнозирования надежности сложного программного обеспечения по результатам его отладочных испытаний [4]. Указанная область применения служит связующим звеном между предельными теоремами для случайных сумм и аналогичными результатами для экстремальных порядковых статистик, построенных по выборкам случайного объема, начало изучению которых также положили работы Б. В. Гнеденко и его учеников.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Круглов В. М., Королев В. Ю. Предельные теоремы для случайных сумм. М., 1990.
2. Korolev V. Yu., Kruglov V. M. Limit theorems for random sums//Stability Problems for Stochastic Models. Lect. Notes Math. 1992.
3. Королев В. Ю., Селиванова Д. О. Несколько замечаний о точности нормальной аппроксимации для распределений случайных сумм//Вестн. Моск. ун-та. Вычисл. матем. и киберн. 1991. № 2. 46—53.
4. Королев В. Ю. Вероятностно-статистические методы прогнозирования надежности сложного программного обеспечения//Вестн. Моск. ун-та. Вычисл. матем. и киберн. 1992. № 3. 3—21.

В. С. Королюк (Киев). Усреднение и устойчивость стохастических систем с быстрыми марковскими переключениями. Рассматривается автономная стохастическая система, задаваемая эволюционным дифференциальным уравнением

$$\frac{du_\varepsilon}{dt} = V\left(u_\varepsilon(t),\ x\left(\frac{t}{\varepsilon}\right)\right)$$

с быстрыми переключениями скорости $V(u, x)$ эргодическим марковским процессом $x(t)$. Указаны условия устойчивости такой системы в предположении, что существует функция Ляпунова, обеспечивающая экспоненциальную устойчивость усредненной системы, которая описывается уравнением $du/dt = V(u(t))$ со скоростью $V(u) = \int_X V(u, x)\,\pi(dx)$, усредненной по стационарному распределению процесса $x(t)$.

Й. П. Кубилюс (Вильнюс). Новые достижения в вероятностной теории чисел. Пусть $P = \{a_p,\ p = 2, 3, 5, \ldots\}$ — последовательность комплексных чисел с простыми индексами. Положим

$$B_n^2(P) = \sum_{p \leqslant n} \frac{|a_p|^2}{p},$$

$$S_n(P) = \sum_{m=1}^{n} \left| \sum_{p|m} a_p - \sum_{p \leqslant n} \frac{a_p}{p} \right|^2$$

(первая внутренняя сумма берется по всем простым делителям числа m). Справед-

ливо неравенство $S_n(P) \leqslant cnB_n^2(P)$ с абсолютной константой c. Это неравенство нашло много приложений. Поэтому возник вопрос о его уточнении. Обозначим

$$\tau_n = \sup_P \frac{S_n(P)}{nB_n^2(P)},$$

где верхняя грань берется по всем P с условием $B_n^2(P) > 0$. Известна асимптотика $\tau_n = 3/2 + O(\ln^{-2} n)$, причем существует гипотеза, что $\tau_n < 3/2$. Недавно Дж. Ли доказал, что это верно для достаточно больших n.

Я. П. Лумельский (Пермь). Задачи статистического контроля по альтернативному и количественному признакам. С помощью схемы случайных блужданий Пойа рассматривается задача построения усеченных планов контроля по альтернативному признаку. Формулируется следующее

Утверждение. *Всякому полному и ограниченному плану Пойа контроля по альтернативному признаку* Π^G *отвечает усеченный план* $\Pi^G_{\text{ус}}$ *с той же оперативной характеристикой и меньшим математическим ожиданием числа контролируемых изделий.*

Указаны способы построения таких усеченных планов для случаев одноступенчатого, двухступенчатого и многоступенчатого контроля. Описывается метод нахождения точного распределения статистики Смирнова—Гнеденко в задаче сравнения двух выборок, основанный на несмещенных оценках для вероятностей при планах Пойа. По результатам независимых наблюдений над случайными векторами $X = (X_1, \ldots, X_k)$ и $Y = (Y_1, \ldots, Y_l)$ решается задача построения несмещенной оценки для вероятности $\mathbf{P}\{Xa + Yb + d > 0\}$, где a, b — вектор-столбцы размерности k и l соответственно, d — константа. Вероятности такого вида встречаются в модели «нагрузка—прочность» и при случайном цензурировании. Указываются параметрические семейства распределений, для которых сформулированные выше задачи имеют решение.

М. Б. Малютов. О средней длительности последовательного поиска значимых факторов гладкой аддитивной модели. В работе [1] предложен алгоритм статического (т. е. допускающего параллельное проведение экспериментов) поиска значимых факторов аддитивной модели

$$y_i = \sum_{\alpha=1}^{t} \Phi_\alpha(x_{\alpha i}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \ldots, N,$$

где среди не известных экспериментатору гладких функций $\Phi_\alpha(x_\alpha)$ на отрезке $|x_\alpha| \leqslant 1$ лишь $s < t$ (s неизвестно) отличны от постоянной (значимы). Соответствующие им переменные x_α называются значимыми факторами. Из работы [1] следует, что при случайном планировании вероятность ошибки при определении набора значимых факторов меньше заданного (произвольного) $\varepsilon > 0$, если число экспериментов N порядка Ct, где C зависит от ε, s и от гладкости значимых функций. В результате обсуждений с проф. Г. Уинном (Лондон) в настоящей работе получено следующее утверждение. Существует последовательный план экспериментов для решений той же задачи со средней длительностью $\overline{N}$ (при усреднении по случайному s-набору индексов значимых факторов и по случайным ошибкам), удовлетворяющей неравенству $\overline{N} \leqslant K \ln t$. Константа K довольно велика, но, по-видимому, может быть уменьшена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Härdle W., Tsybakov A. B. How many terms should be added into an additive model. Preprint. CORE. Univ. Cathol. de Louvain, 1991.

Л. Д. Мешалкин. Интеллектуальная среда для ассистирования статистическим исследованиям. Интеллектуальная среда (ИС) — термин, предлагаемый для принципиально нового инструмента, облегчающего взаимодействие между статистиками-консультантами и представителями конкретных дисциплин, располагающими стандартными пакетами статистических программ. Концепция отрабатывается на примере клинической медицины. Масштаб макета по объему охватываемых задач и подробности рассмотрения — 1 : 20. Технология реализации — гипертексты с программируемыми переходами между узлами-экранами и внутренними переменными. В качестве источника научных ситуаций, по которым оцениваются частотные характеристики предлагаемых решений, выбран журнал «J. Clin. Epidem.». Информационное обеспечение ИС включает следующие блоки:

базовый архетип исследовательской ситуации (БАС), т. е. схематическое описание исследования в конкретной дисциплине;

БАС-реферат конкретной работы;

«статистические ловушки» — типичные ошибки в выполнении и трактовке результатов статистических исследований;

контрольные вопросы, выявляющие необходимость усложнения плана исследования по сравнению с рекомендациями БАС.

В качестве статистических (по отношению к источнику) характеристик качества ИС предлагается использовать полноту покрытия множества исследовательских ситуаций заданным множеством БАС, частоту возникновения статистических аварийных ситуаций и полноту соответствующих предупреждений в БАС, частоту использования в источнике внестатистических обоснований применимости методов и др. Введенные характеристики качества совместно с анализом траекторий диалогов (он пока не формализован) должны определять направления развития ИС.

П. Младенович (Белград). О слабой сходимости оценки спектральной плотности многомерного случайного процесса. Пусть $X(t)=(X_1(t), \ldots, X_r(t))$, $t\in\mathbf{Z}$, $r\geqslant 2$, — многомерная стационарная последовательность с нулевым средним и спектральной плотностью $f(\lambda)=[f_{kl}(\lambda)]_{k,l=1,\ldots,r}$, $\lambda\in[-\pi, \pi]$. По выборке $X(1), \ldots, X(N)$ построим оценку спектральной плотности вида

$$\widehat{f}_{kl}^{(N)}(\lambda)=\int_{-\pi}^{\pi}\varphi_N(x-\lambda)\, I_{kl}^{(N)}(x)\, dx,\ k,\ l=1, \ldots, r.$$

Здесь $I_{kl}^{(N)}(x)$ — периодограмма второго порядка, $\varphi_N(x)=B_N^{-1}\varphi(xB_N^{-1})$, где весовая функция $\varphi(x)$ имеет ограниченную производную, причем $\varphi(0)=1$, $\varphi(-x)=\varphi(x)$, $\int_{-\pi}^{\pi}\varphi(x)\,dx=1$, $\varphi(x)=0$ для $|x|\geqslant\pi$; последовательность (B_N) такова, что $B_N\to 0$, $NB_N\to\infty$ при $N\to\infty$. Положим $Z_{kl}^{(N)}(\lambda)=\sqrt{NB_N}\,(\widehat{f}_{kl}^{(N)}(\lambda)-f_{kl}(\lambda))$, $\widetilde{Z}_{kl}^{(N)}(\lambda)=$ $=Z_{kl}^{(N)}(\lambda)\, B_N^{-1}\operatorname{sgn}(\lambda)\max(|\lambda|, \pi)$. Пусть $Z(\lambda)=[Z_{kl}(\lambda)]$ — гауссовский процесс с нулевым средним и вторыми моментами, заданными формулой

$$\mathbf{E}\, Z_{k_1l_1}(\lambda)\,(\alpha Z_{k_2l_2}(\mu)+\beta\,\overline{Z_{k_2l_2}(\mu)})=$$

$$=2\pi f_{k_1l_2}(0)\, f_{l_1k_2}(0)\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(x-\lambda)\,(\alpha\varphi(x-\mu)+\beta\varphi(x+\mu))\,dx+$$

$$+2\pi f_{k_1k_2}(0)\, f_{l_1l_2}(0)\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(x-\lambda)\,(\alpha\varphi(x+\mu)+\beta\varphi(x-\mu))\,dx.$$

Теорема. *Если производная спектральной плотности второго порядка и все спектральные плотности высших порядков стационарной последовательности $X(t)$ ограничены, то при $N\to\infty$ случайный процесс $\widetilde{Z}_N(\lambda)=[\widetilde{Z}_{kl}^{(N)}(\lambda)]$ сходится к гауссовскому процессу $Z(\lambda)$ в смысле слабой сходимости конечномерных распределений.*

Е. В. Морозов (Петрозаводск). Регенерация в сетях массового обслуживания.

В. И. Пагурова, С. А. Нестерова. О выборочном контроле по количественному признаку. Содержание доклада опубликовано в журнале «Вестн. Моск. ун-та. Вычисл. матем. и киберн.». 1991. № 1. 57—62.

Е. Панчева (София). Многомерная схема экстремальных величин. Рассматривается модель независимых случайных величин $X_1, X_2, \ldots$ в $\overline{\mathbf{R}}^d=$ $=[-\infty, \infty)^d$ с операцией $X_1\vee\ldots\vee X_n=\max\{X_i^{(j)},\ i=1, \ldots, n,\ j=1, \ldots, d\}$. В качестве нормирующих преобразований используются $\vee$-автоморфизмы вида $L_n(x)=$ $=h^{-1}(h(x)+e\log f_n)$, где $e=(1, \ldots, 1)$, $h:\mathbf{R}^d\to\mathbf{R}^d$ — непрерывная строго возрастающая функция, (f_n) — неубывающая последовательность. В работе описывается класс $\{G\}$ предельных распределений

$$\mathbf{P}\{X_1\vee\ldots\vee X_{k(n)}<L_n(x)\}\to G(x)$$

в следующих случаях; (а) $k(n)=n$ и $\max(1-\mathbf{P}\{X_i<L_n(x)\},\ i=1,\ldots,n)\to 0$. Тогда класс $\{G\}$ max-саморазложим относительно полугруппы

$$\left(L_t(x)=h^{-1}\left(h(x)+e\log\frac{1}{t}\right),\quad t\in(0,\ 1]\right),$$

т. е. $G(x)=G(L_t(x))\,G_t(x)$, где G_t — max-безгранично-делимый закон; (б) $k(n)=o(n)$ и X_i одинаково распределены. Тогда $\{G\}$ устойчив относительно группы $\mathscr{L}=(L_t(x),\ t>0)$, т. е. $G^t(x)=G(L_t(x))$; (в) $k(n)/k(n+1)\to\alpha$, $0<\alpha<1$, и X_i одинаково распределены. Тогда $\{G\}$ max-полуустойчив относительно пары $[\alpha,\ L_f]$, т. е. $G^\alpha(x)=G(L_f(x))$. Используя непрерывное разложение пространства на орбиты группы $\mathscr{L}$ и представление всякой max-безгранично-делимой функции распределения G на $\overline{\mathbf{R}}^d$ в виде $G(x)=\exp(-m(A_x^c))$, где $A_x=\{y\in\mathbf{R}^d: y<x\}$, а m — мера Радона, можно выписать интегральные решения соответствующих функциональных уравнений.

В. И. Паулаускас (Вильнюс). Оценки скорости сходимости в центральной предельной теореме для эмпирических процессов.

Б. Пенков (София). Зачем нужен в школе предмет «математика»? Кризис современного среднего образования требует пересмотра таксономии школьных наук (предметов). Математика как школьный предмет занимает особое положение. В частности, она в наибольшей степени «мумифицирована», а с другой стороны — ею зачастую пользуются как средством селекции учащихся. Реформа школьного образования может быть успешной лишь при условии ее комплексности и системности. Главная задача — интеграция всех аспектов познавательной деятельности. При этом математика должна служить фундаментом и всепроникающим «флюидом». Важную роль здесь играют известные, но далеко не исчерпанные средства: «learning by doing», неявность («синдром г-на Журдена»), сопоставление дискретности и непрерывности, игровой подход и так называемая развлекательная математика, а также историзм.

В. В. Сенатов. Об оценках скорости сходимости в многомерной центральной предельной теореме. Пусть $X_1,\ X_2,\ \ldots$ — независимые одинаково распределенные величины со значениями в евклидовом пространстве E^k, $k\geqslant 2$, для которых $\mathbf{M}X_1=0$, $\mathbf{M}|X_1|^2<\infty$, где $|\cdot|$ — норма в E^k. Пусть P — распределение X_1, P_n — распределение $(X_1+\ldots+X_n)/n^{1/2}$, N — нормальный закон с нулевым средним и таким же, как у P ковариационным оператором, собственные числа которого упорядочены: $\sigma_1^2\geqslant\ldots\geqslant\sigma_k^2$. Для произвольных распределений U и V положим

$$\rho(U,\ V)=\rho_\infty(U,\ V),\quad \rho_R(U,\ V)=\sup\{|U(S_r(a))-V(S_r(a))|,\ a\in E^k,\ r\leqslant R\},$$

где $S_r(a)=\{x\in E^k: |x-a|<r\}$. Справедливы следующие оценки:

$$\rho(P_n,\ N)\leqslant c\beta_3\sigma_k^{-3}n^{-1/2}, \tag{1}$$

$$\rho_R(P_n,\ N)\leqslant c\prod_{i=1}^{L}\min\left(1,\ \max\left(\frac{\lambda_i}{\sigma_i},\ \min\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_i},\ \frac{R}{\sigma_i}\right)\right)\right)\times$$
$$\times\prod_{i=7}^{k-1}\min\left(1,\ \max\left(\frac{\lambda_i}{\sigma_i},\ \frac{R}{\sigma_i}\right)\right), \tag{2}$$

где $\beta_3=\mathbf{M}\,|X_1|^3$, $\lambda_i=\beta_3\sigma_i^{-2}n^{-1/2}$, $\varepsilon=(R^3\beta_3n^{-1/2})^{1/6}$, $L=\min(6,\ k-1)$, величины c зависят лишь от k; последнее произведение в (2) полагается равным 1 при $k\leqslant 7$. В работе показано, что оценки (1), (2) связаны с более общим неравенством

$$\rho_R(P_n,\ N)\leqslant c\beta_3\sigma_k^{-3}n^{-1/2}\prod_{i=1}^{L}\min\left(1,\ \max\left(\frac{\lambda_i}{\sigma_i},\ \frac{\min(\sqrt{R\sigma_k},\ R)}{\sigma_i}\right)\right)\times$$
$$\times\prod_{i=7}^{k-1}\min\left(1,\ \max\left(\frac{\lambda_i}{\sigma_i},\ \frac{R}{\sigma_i}\right)\right), \tag{3}$$

которое справедливо при условии $\beta_3\sigma_k^{-3}n^{-1/2}\leqslant 1$. Именно неравенство (1) получается из (3), если взять верхнюю грань правой части (3) по $R>0$. В свою очередь верхняя грань (3) по $\sigma_k\geqslant(\beta_3 n^{-1/2})^{1/3}$ совпадает с правой частью (2).

В. Статулявичус (Вильнюс). О пуассоновской аппроксимации. Если распределение случайной величины Z_n требуется аппроксимировать распределением негауссовской случайной величины η, в частности в области больших уклонений, то во многих случаях достаточно знать оценки сверху (по n и k) относительных семиинвариантов $\gamma_k(Z_n|\eta)$, которые определяются из соотношения

$$\ln \mathbf{E}\, e^{itZ_n}=\sum_{k=1}^{s}\frac{\gamma_k(Z_n|\eta)}{k!}u^k+o(|u|^s)$$

для $k=1, \ldots, s$, если $\mathbf{E}|Z_n|^s<\infty$, а функция $u=u(it)=\ln \mathbf{E}e^{it\eta}$ аналитична в окрестности нуля. Например, если η имеет распределение Пуассона с параметром $\lambda>0$, то $u=\lambda(e^{it}-1)$ и

$$\mathbf{E}\, e^{itZ_n}=1+\sum_{k=1}^{s}\frac{\mu_k(Z_n)}{k!}\left(\frac{u}{\lambda}\right)^k+o(|u|^s),$$

где $\mu_k(Z_n)=\mathbf{E}Z_n(Z_n-1)\ldots(Z_n-k+1)$ — факториальный момент порядка k. В этом случае величины $\gamma_k(Z_n|\eta)$ выражаются через $\mu_j(Z_n)$, $j=1, \ldots, k$, с помощью стандартных формул перехода от моментов к семиинвариантам (с заменой обычных моментов на факториальные). В работе показано, что если имеет место оценка

$$|\gamma_k(Z_n|\eta)|\leqslant\frac{(k!)^{1+\gamma}}{\Delta_n^{k-1}},\quad \forall\, k\geqslant 1,\ \gamma\geqslant 0,$$

то для вероятности $\mathbf{P}(Z_n\geqslant x)$ справедливы неравенства и теорема больших уклонений в интервале $0\leqslant x<c_\gamma\Delta_n^{\alpha}$, $\alpha=\alpha(\gamma)>0$. Многие результаты о больших уклонениях (см. [1]), полученные для нормального аппроксимирующего закона, переносятся и на случай пуассоновской аппроксимации, когда Z_n — сумма серий независимых (или слабо зависимых) случайных величин или полиномиальная форма от таких величин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саулис Л., Статулявичус В. Предельные теоремы о больших уклонениях. Вильнюс, 1989; пер.: Saulis L., Statulevičius V. Limit theorems for large deviations. Dordrecht, 1991. .

В. Н. Тутубалин. Судьба так называемой теории ошибок. Теория ошибок возникла около 200 лет назад в работах Лапласа и Гаусса. Она основана на том, что ошибки наблюдений (измерений) можно рассматривать как независимые одинаково распределенные случайные величины. Однако, по-видимому, нет ни одного примера, когда можно было бы уверенно утверждать, что это предположение действительно выполняется. Как показывает практика, доверительные интервалы для тех или иных физических и астрономических констант, построенные по теории ошибок, иногда подтверждаются, а чаще не подтверждаются в ходе дальнейших более точных измерений. Тем не менее модель теории ошибок может быть полезной и в той ситуации, когда обработка фактических данных явно указывает на неприменимость этой модели. Этот тезис иллюстрируется в докладе на примере лабораторных и клинических данных об измерении сродства гемоглобина (человеческой крови) к кислороду.

Г. И. Фалин. Декомпозиция стационарных характеристик систем, функционирующих в случайной среде. Рассмотрим двумерный процесс Маркова $(q(t), \chi(t))$ с дискретным фазовым пространством $S\times X$. Из состояний $(m, x)\in S\times X$ возможны переходы двух видов: в состояния (m, y) с интенсивностями b_{xy} и в состояния (n, x) с интенсивностями $a_{mn}I\{(m, n)\notin S_x\}$, где $\{S_x, x\in X\}$ — некоторое семейство подмножеств $S\times S$. Процесс $\chi(t)$ можно интерпретировать как случайную внешнюю среду, а процесс $q(t)$ — как возмущение некоторого основного процесса $q_0(t)$ с фазовым пространством S и интенсивностями переходов a_{mn}. Влияние среды $\chi(t)$ на процесс $q(t)$ заключается в том, что для каждого состояния x среды стирается часть диаграммы переходов основного процесса $q_0(t)$, отвечающая множеству S_x. Предположим, что 1) процесс $q_0(t)$ обладает свойством обобщен-

ного частичного баланса [1] относительно некоторых разбиений $\{A_i(m),\ i=1,\ ...,\ L\}$ и $\{B_i(m),\ i=1,\ ...,\ L\}$ множеств $A(m)=\{n: a_{mn}>0\}$ и $B(m)=\{n: a_{nm}>0\}$ соответственно; 2) для всех $m\in S$, $x\in X$ и $i=1,\ ...,\ L$ переходы, ведущие из m в $A_i(m)$ и из $B_i(m)$ в m, либо все стираются, либо все сохраняются. В работе показано, что если процессы $q_0(t)$ и $\chi(t)$ эргодичны, то процесс $(q(t),\ \chi(t))$ также эргодичен, причем его стационарное распределение является прямым произведением стационарных распределений процессов $q_0(t)$ и $\chi(t)$. Это утверждение, в частности, справедливо, если процесс $q_0(t)$ обратим, а множества S_x симметричны. Отметим, что отсюда вытекает результат [2] о декомпозиции стационарных характеристик цифровых сетей интегрального обслуживания с коммутацией каналов и ненадежными линиями связи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фалин Г. И. Инвариантность вероятностных характеристик одного класса сетей с коммутацией каналов//Вестн. Моск. ун-та. Вычисл. матем. и киберн. 1987. № 3. 53—57.
2. Conway A. E. Product-form and insensitivity in circuit-switched networks with failing links//Perform. Eval, 1989. N 9. 209—215.

М. А. Федоткин (Нижний Новгород). Управление потоками Бартлетта. Входные потоки с независимыми и одинаково распределенными интервалами между последовательными поступлениями требований, например потоки Пуассона, под воздействием случайных факторов могут существенным образом менять свою вероятностную структуру. Так, при плохих погодных условиях движение транспорта на магистрали уже не является пуассоновским, порождая колонны (пачки) машин. Такого рода потоки удобно описывать маркированным точечным процессом $\{(\tau_i,\ \eta_i),\ i\geqslant 0\}$, в котором величина η_i определяет число заявок на промежутке времени $[\tau_i,\ \tau_{i+1})$. В докладе предлагаются различные алгоритмы выбора случайных точек τ_i, $i\geqslant 0$, позволяющие идентифицировать распределение для η_i, $i\geqslant 0$. Входные потоки, для которых последовательность $\{\tau_i,\ i\geqslant 0\}$ образует пуассоновский поток, а случайные величины $\{\eta_i,\ i\geqslant 0\}$ независимы и имеют геометрическое распределение: $\mathbf{P}(\eta_i=1)=1-r$, $\mathbf{P}(\eta_i=k)=r(1-q)q^{k-2}$, $k\geqslant 2$, $0<r<1$, $0<q<1$, называются потоками Бартлетта. В работе изучены простейшие алгоритмы управления конфликтными потоками Бартлетта, что позволило установить причину сбоев (т. е. резкого увеличения размера очереди в системе обслуживания) при оптимальном управлении интенсивными пуассоновскими потоками по условию минимума задержек в классе циклических алгоритмов.

Ю. С. Харин (Минск). Робастность в дискриминантном анализе. В $\mathbf{R}^n$ рассматривается задача дискриминантного анализа с априорными вероятностями классов $\{\pi_i\}$, $i=1,\ ...,\ L$, и матрицей потерь $W=(w_{ij})$ в ситуации, когда плотности распределения наблюдений $p_i(x)$, $x\in\mathbf{R}^n$, допускают искажения: $p_i\in P_i(\varepsilon_i)$, где $P_i(\varepsilon_i)$ — множество искаженных плотностей, $\varepsilon_i>0$ — уровень искажения. Обозначим через $\chi(x)=(\chi_1(x),\ ...,\ \chi_L(x))$ рандомизированную решающую функцию (РФ), $r(\chi;\ \{p_i\})$ — функционал риска (средних потерь), $\chi^0(x)$ — байесовскую РФ для неискаженной модели ($\varepsilon_i\equiv 0$), имеющую риск $r_0=\pi_1 r_{10}+...+\pi_L r_{L0}$. Положим

$$w_{i+}=\max_j w_{ij}.$$

Теорема. *Если $P_i(\varepsilon_i)$ — ε_i-окрестность Тьюки—Хьюбера, то гарантированное значение риска для байесовской РФ выражается формулой*

$$r_+(\chi^0)=\sup_{\{p_i\}} r(\chi;\ \{p_i\})=r_0+\sum_{i=1}^{L}\varepsilon_i\pi_i(w_{i+}-r_{i0}).$$

Робастная РФ $\chi^*(x)$ определяется из условия $r_+(\chi^*)=\inf r_+(\chi)$. Явные выражения $r_+(\chi)$, $\chi^*(x)$ получены также для искажений в метриках L_2 и χ^2.

Ю. С. Хохлов (Тверь). Области нормального притяжения устойчивых распределений на группах. Хазод и Зиберт доказали, что T-устойчивое распределение μ на локально компактной группе, где $T=(\tau_t,\ t>0)$ — однопараметрическая непрерывная группа автоморфизмов рассматриваемой группы, сосредоточено на некоторой T-инвариантной замкнутой подгруппе G, которая является полупрямым произведением некоторой компактной группы K и односвязной нильпотентной группы Ли H, определяемым гомоморфизмом $\varphi: K\to\mathrm{Aut}(H)$. Обозначим через ν_K и $\tilde{\nu}$ проекции вероятностной меры ν на G на подгруппы K и H соответствен-

но. Тогда $\mu=\omega_K\otimes\tilde{\mu}$, где ω_K — нормированная мера Хаара на K, $\tilde{\mu}$ — T-устойчивая K-инвариантная мера на H. Определим K-симметризацию меры $\tilde{\nu}$ по правилу

$$\tilde{\nu}_\varphi = \int_K \varphi(k)\,(\tilde{\nu})\,\omega_K(dk).$$

Пусть $\mathrm{NDA}(\mu, T)$ — область нормального T-притяжения меры μ.

Теорема. $\nu\in\mathrm{NDA}(\mu, T)$ *тогда и только тогда, когда*

1) $\nu_K^{*n}\Rightarrow\omega_K,\ n\to\infty$;

2) $\tilde{\nu}_\varphi\in\mathrm{NDA}(\tilde{\mu}, T)$.

Описание $\mathrm{NDA}(\tilde{\mu}, T)$ было получено нами ранее.

А. Н. Ширяев. Разные виды сходимости стохастических экспериментов.

С. Янкович (Белград). Об одной задаче Гнеденко и ее обобщениях. В связи с некоторыми задачами теории надежности Б. В. Гнеденко [1] изучил класс K предельных распределений для случайных сумм независимых одинаково распределенных (н. о. р.) положительных случайных величин. В предположении, что число слагаемых ν имеет геометрическое распределение, этот класс описывается формой преобразования Лапласа: $\psi(t)=(1+Ct^\gamma)^{-1}$, $C>0$, $0<\gamma\leqslant 1$. В той же работе класс K был охарактеризован свойством «стационарности по отношению к прореживанию», которое эквивалентно тому, что распределение случайной суммы ν н. о. р. слагаемых с распределением из K также принадлежит K. В данной работе задача характеризации рассматривается в более общей ситуации — без предположения о положительности слагаемых и о геометрическом законе распределения ν.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gnedenko B. V. Limit theorems for sums of a random number of positive independent random variables//Proc. Sixth Berkeley Symp. Math. Stat. Prob. 1972. **2**. 537—549.