

УДК 519.634

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОСЛЕДСТВИЙ МЕХАНИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА МОЗГ ЧЕЛОВЕКА ПРИ ЧЕРЕПНО-МОЗГОВОЙ ТРАВМЕ

© 2006 г. П. И. Агапов*, О. М. Белоцерковский**, И. Б. Петров*

(* 141700 Долгопрудный, М.о., Институтский пер., 9, МФТИ;

** 123056 Москва, ул. 2-я Брестская, 19/18, ИАП)

e-mail: agapov.maxim@gmail.ru

Поступила в редакцию 04.04.2006 г.

Сформулирована двумерная математическая модель механической реакции головы человека на ударные воздействия, описывающая пространственное распределение механических нагрузок на мозг, и приведены некоторые результаты ее численного исследования с применением сеточно-характеристических методов на неструктурированных треугольных сетках. Библ. 6. Фиг. 9.

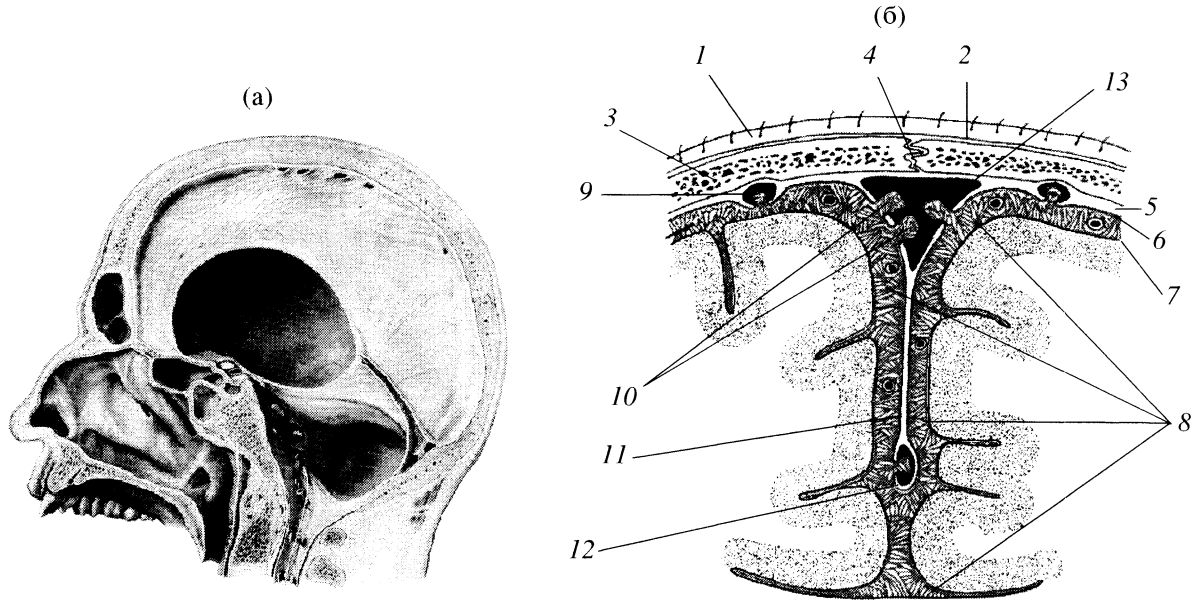
Ключевые слова: математическое моделирование, биомеханика черепно-мозговой травмы, сеточно-характеристические методы, неструктурированные сетки.

Изучение механических аспектов функционирования различных биосистем, в частности органов человека, позволяет получить новые качественные и количественные характеристики систем, выработать новые принципы диагностики на ранних стадиях различных заболеваний, уточнить существующие критерии безопасности в различных областях человеческой деятельности. Так, из нейрохирургической практики известно, что области поражения мозга не всегда совпадают с областями, прилежащими к месту удара. Примером этому является известный феномен “противоудара”: при ударе затылком область поражения мозга локализуется в лобной части головы человека. Объяснение этим явлениям может дать только изучение сложных волновых картин, образующихся в неоднородной биосреде (или биоконструкции), которую представляет собой голова. Кроме того, механико-математические модели реакции головы, как сложной механической системы, на ударные нагрузки можно использовать как инструмент для исследования качественных зависимостей влияния геометрических параметров (например, размера головы, места приложения удара, возрастной атрофии мозга) на степень риска при черепно-мозговых травмах; изучение напряженно-деформационных динамических картин, возникающих в системе мозг–череп, может быть использовано для предсказания возможных физиологических патологий, которые могут появиться после черепно-мозговой травмы, поскольку карты мозга (т.е. областей, отвечающих за те или иные функции организма человека) уже хорошо известны нейрофизиологам.

В статье рассматривается задача о численном моделировании механической реакции системы череп–мозг на ударные воздействия. Эта задача является актуальной с точки зрения выяснения механизмов повреждаемости тканей мозга при различных типах внешней нагрузки.

Математическое моделирование как метод исследования в данном случае обладает рядом очевидных достоинств (см. [1]): небольшая стоимость численного эксперимента, доступная широта диапазона изменения основных параметров, полнота получаемой в результате картины динамики скоростей, напряжений и деформаций во всем объеме системы череп–мозг.

Из фиг. 1 видно, какую сложную неоднородную защитную механическую систему представляет собой черепная коробка головного мозга. Слоистая конструкция ослабляет действие продольных упругих волн (пористый слой черепной коробки), поперечных упругих волн (слой ликвора под костной частью), напряжений, вызванных нормальным (твердая костная часть черепа), а также скользящим (волосистой покров и кожа), ударами. Разумеется, природа, по-видимому, учитывала в ходе эволюции только те нагрузки, которые встречаются в естественной среде обитания человека. На нагрузки, вызванные техническими средствами поражения, конечно же, система череп–мозг не рассчитана.



Фиг. 1. (а) – кости и твердая оболочка, сагиттальное сечение; (б) – оболочки мозга (фронтальный срез): 1 – кожа, 2 – надкостница, 3 – кость черепа, 4 – продольный шов, 5 – твердая оболочка, 6 – паутинная оболочка, 7 – сосудистая оболочка, 8 – субарахноидальное пространство, 9 – венозная впадина, 10 – арахноидальные грануляции, 11 – серп большого мозга, 12 – нижний сагиттальный синус (расстояния между оболочками преувеличены).

1. УРАВНЕНИЯ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Для описания поведения биологических тканей как сплошной среды под воздействием ударных нагрузок использовалась система уравнений линейной теории упругости (см. [2]):

$$\begin{aligned} \rho \dot{v}_i &= \nabla_j \sigma_{ij} \quad (\text{уравнения движения}), \\ \dot{\sigma}_{ij} &= q_{ijkl} e_{kl} + F_{ij} \quad (\text{реологические соотношения}). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ρ – плотность среды, v_i – компоненты скорости смещения, σ_{ij} , e_{ij} – компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций, ∇_j – ковариантная производная по j -й координате, F_{ij} – правая часть.

Тензор 4-го порядка q_{ijkl} определяет реологию среды. В случае линейно-упругого тела его компоненты выражаются через две независимые постоянные – константы Ламе λ и μ :

$$q_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}). \quad (2)$$

В расчетах также использовалась модель вязкоупругого тела Максвелла.

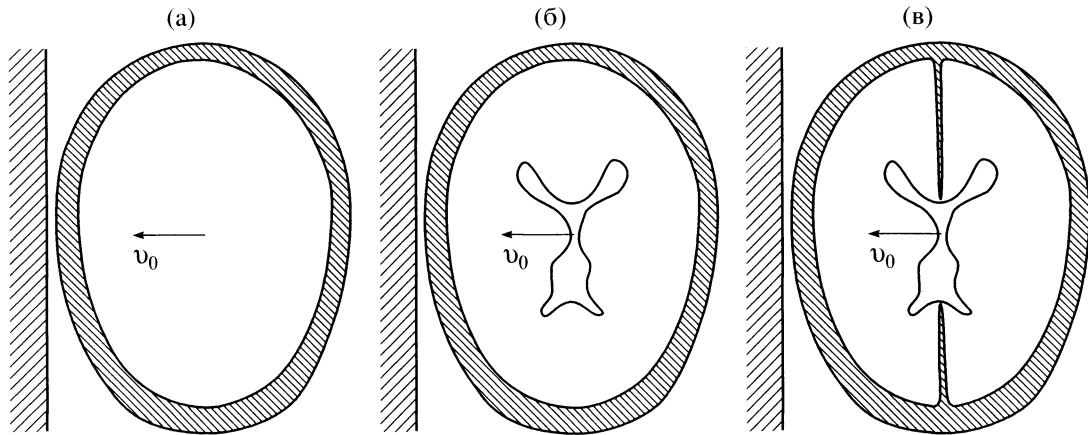
Плотность определяется из уравнения состояния $\rho = \rho_0 e^{(p/K)}$, где $p = -\frac{1}{3} \sum \sigma_{kk}$ – давление, $K = \lambda + \frac{2}{3} \mu$ – коэффициент всестороннего сжатия.

Уравнения (1), (2) допускают запись в матричной форме:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + A_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \mathbf{u} + A_2 \frac{\partial}{\partial x_2} \mathbf{u} = \mathbf{f}. \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{u} = (v_1, v_2, \sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}, \sigma_{33})^T$ – вектор искомых функций, \mathbf{f} – вектор правых частей той же размерности, A_i – матрицы размера 6×6 , явный вид которых приведен в [3], x_1, x_2 – независимые пространственные переменные, t – время.

Если матрицы A_i в уравнении (3) имеют 6 вещественных собственных значений, то такая система называется гиперболической и ее решения соответствуют процессам, которые обычно на-



Фиг. 2. Модели головы человека: (а) – двухкомпонентная модель; (б) – модель с желудочками; (в) – модель с желудочками и мембраной (большим серпом).

зываются волновыми, т.е. распространение возмущений вдоль характеристических конусов в пространстве (x_1, x_2, t) .

2. МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ЧЕРЕП–МОЗГ

Было сформулировано несколько механико-математических моделей головы человека. Простейшей из них является двухкомпонентная модель (фиг. 2а), в которой ткани кости и мозга описываются однородными изотропными материалами, имеющими усредненные механические свойства; более сложные модели учитывают наличие желудочка (фиг. 2б) и мембраны твердой оболочки (фиг. 2в).

Внешняя нагрузка задается как соударение системы череп–мозг с абсолютно жесткой неподвижной преградой с заданной начальной скоростью (1–3 м/с).

Известно, что большой вклад в формирование волновой картины распространения возмущений в упругой среде вносят неоднородности. Поэтому двухкомпонентная модель получила дальнейшее развитие в виде трехкомпонентной модели (фиг. 2б), включающей, помимо кости и мозга, желудочки.

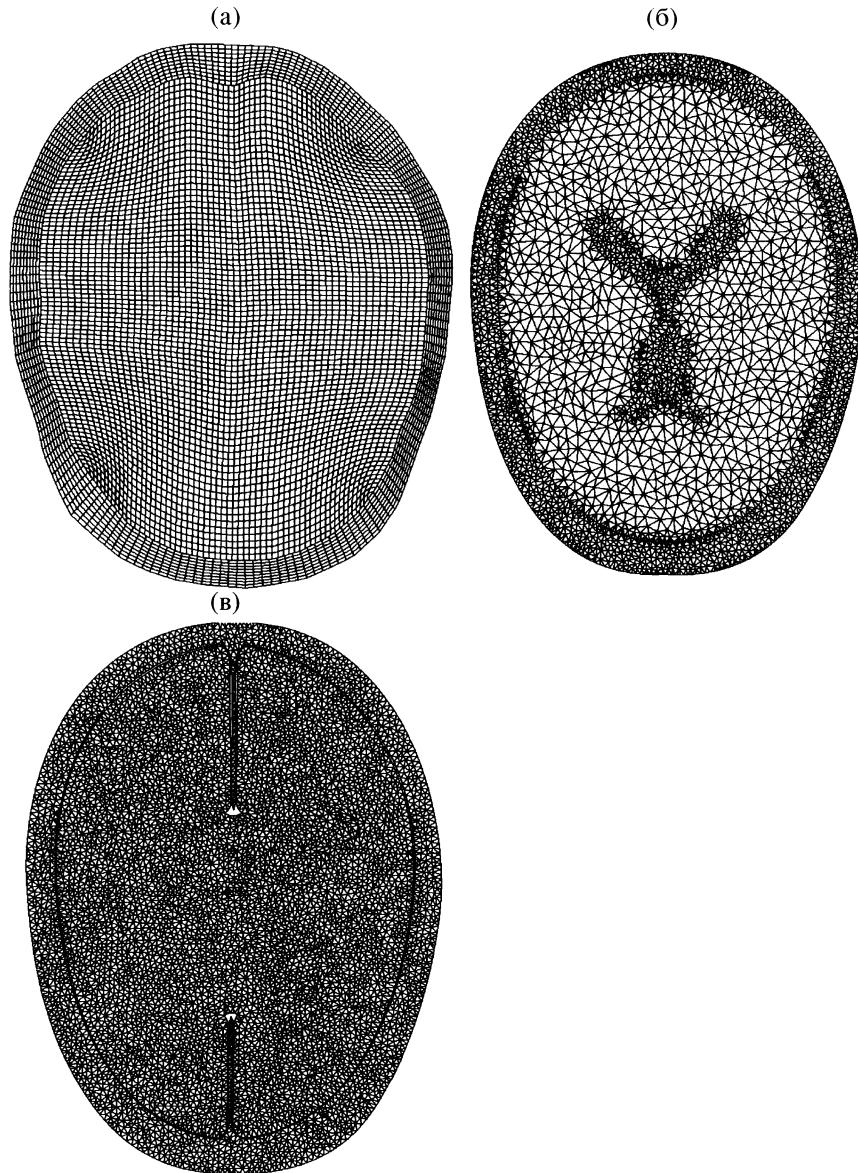
Мембраны твердой мозговой оболочки (*dura mater*) оказывают сдерживающее влияние на перемещение мозга внутри черепной коробки. Поэтому впоследствии было принято решение ввести в модель *falx cerebri* (фиг. 2в) вертикальную мембрану, разделяющую полушария в теменной области. На фиг. 3 представлены соответствующие расчетные сетки (3а – четырехугольная, 3б, 3в – треугольные) для указанных моделей, на которых проводились численные расчеты.

Реологические свойства биоматериалов также подвергались вариации. Так, реология мозгового вещества менялась от линейно-упругой до вязкоупругой. Поведение костного материала моделировалось линейно-упругой сплошной средой со средними свойствами пластинчатой и губчатой кости.

Моделирование взаимодействия между черепом и мозгом является очень сложной задачей ввиду того, что в действительности мозг имеет большое количество различных по механическим свойствам оболочек, складчатых структур, врастающих друг в друга, с полостями, заполненными жидкостью (ликвором). В данной работе применялся метод явного выделения контактного разрыва с контактными условиями, которые варьировались от полного слипания до скольжения с возможностью отслоения.

3. СЕТОЧНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ДЛЯ СИСТЕМ ОДНОМЕРНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Для численного исследования моделей был использован ряд известных конечно-разностных методов, относящихся к классу сеточно-характеристических. Для системы уравнений с одной



Фиг. 3. Расчетные сетки для моделей головы человека: (а) – двухкомпонентная модель; (б) – модель с желудочками; (в) – модель с желудочками и мембраной.

пространственной переменной

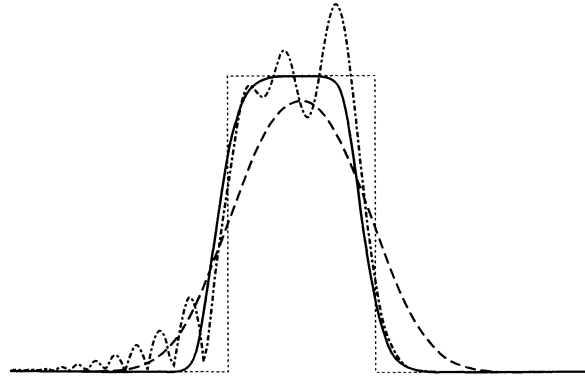
$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + A_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (4)$$

решение ищется в виде сеточной функции \mathbf{u}_m^n , заданной в узлах расчетной сетки $\{x_m = mh, t^n = n\tau\}$, где h и τ – шаги по пространству и по времени.

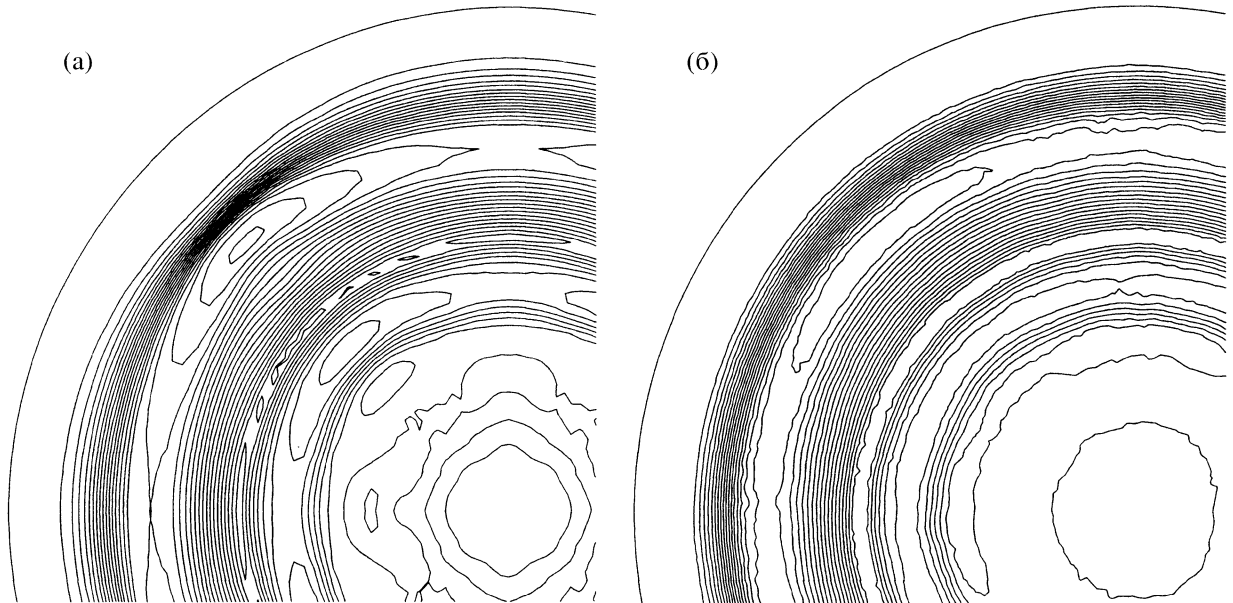
Схема Куранга–Изаксона–Риса. Данная схема строится на основе анализа поведения характеристик системы уравнений (4) и приводит к формулам (см. [3])

$$\mathbf{u}_m^{n+1} = \mathbf{u}_m^n - \sigma \Omega^{-1} \Lambda^+ \Omega (\mathbf{u}_{m+1}^n - \mathbf{u}_m^n) - \sigma \Omega^{-1} \Lambda^- \Omega (\mathbf{u}_m^n - \mathbf{u}_{m-1}^n). \quad (5)$$

Здесь Ω – матрица, строки которой являются левыми собственными векторами матрицы A , Λ^\pm – диагональные матрицы, содержащие соответствующие собственные значения. Схема (5) имеет порядок аппроксимации $O(h, \tau)$, обладает свойством монотонности и минимальной аппроксима-



Фиг. 4. Задача о распространении прямоугольного импульса: штриховая линия – схема Куранта–Изаксона–Риса, штрихпунктир – схема Лакса–Вендроффа, сплошная линия – гибридная схема, пунктирная – точное решение.



Фиг. 5. Изолинии модуля скорости в задаче о распространении возмущения в круговой области, полученные с помощью гибридной схемы: (а) – на четырехугольной криволинейной сетке; (б) – на треугольной неструктурированной сетке.

ционной вязкостью среди монотонных схем первого порядка, что является важным свойством при расчете динамических процессов в неоднородных средах.

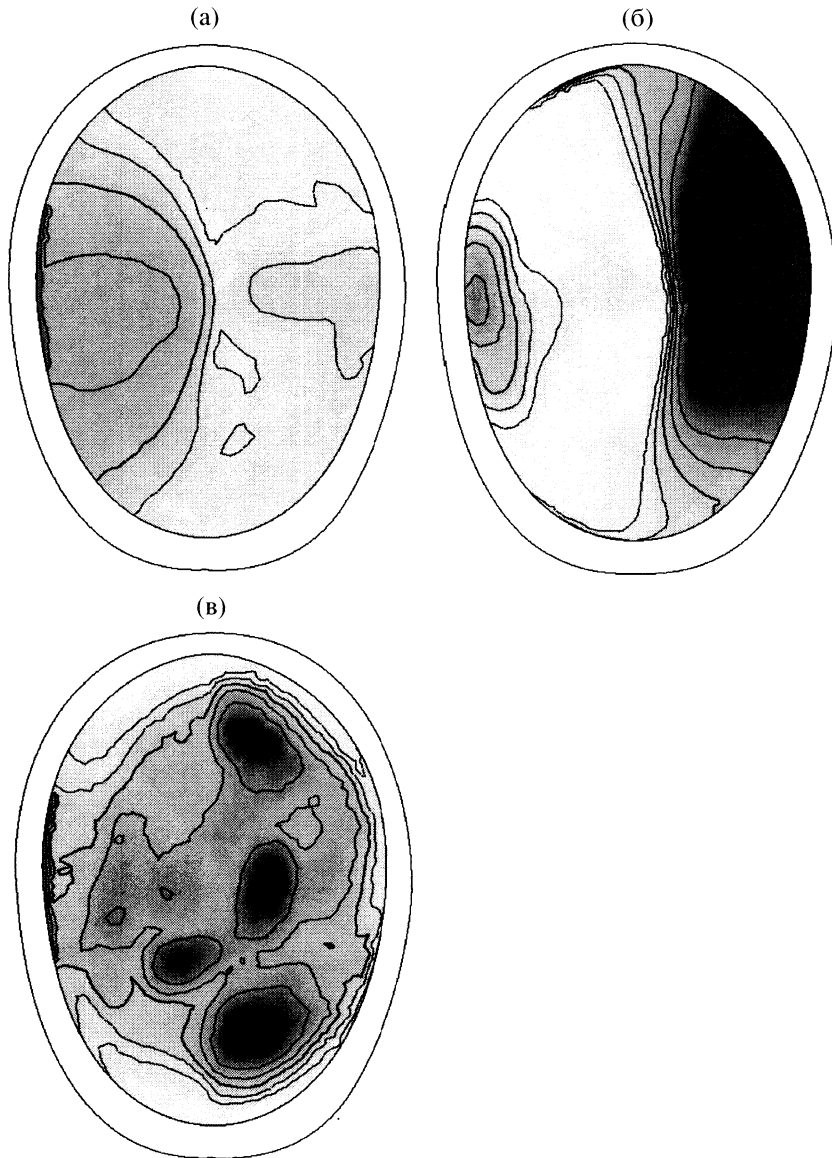
Схема Лакса–Вендроффа. Единственной центральной схемой второго порядка аппроксимации на трехточечном шаблоне (т.е. использующей значения в точках $\{m - 1, m, m + 1\}$) является схема Лакса–Вендроффа:

$$\mathbf{u}_m^{n+1} = \mathbf{u}_m^n - \sigma A(\mathbf{u}_{m+1}^n - \mathbf{u}_{m-1}^n)/2 + \sigma^2 A^2(\mathbf{u}_{m+1}^n - 2\mathbf{u}_m^n + \mathbf{u}_{m-1}^n)/2. \quad (6)$$

Схема (6) обладает минимальным размазыванием волнового фронта, но не является монотонной. Это проявляется в виде нефизичных осцилляций вблизи разрывов точного решения.

Гибридные разностные схемы. Если составить линейную комбинацию двух предыдущих схем, то гибридную схему можно записать в виде

$$\mathbf{u}_m^{n+1} = \mathbf{u}_m^n - \sigma A(\mathbf{u}_{m+1}^n - \mathbf{u}_{m-1}^n)/2 + [(1 - \alpha)\sigma\Omega^{-1}|\Lambda|\Omega + \alpha\sigma^2 A^2](\mathbf{u}_{m+1}^n - 2\mathbf{u}_m^n + \mathbf{u}_{m-1}^n)/2. \quad (7)$$



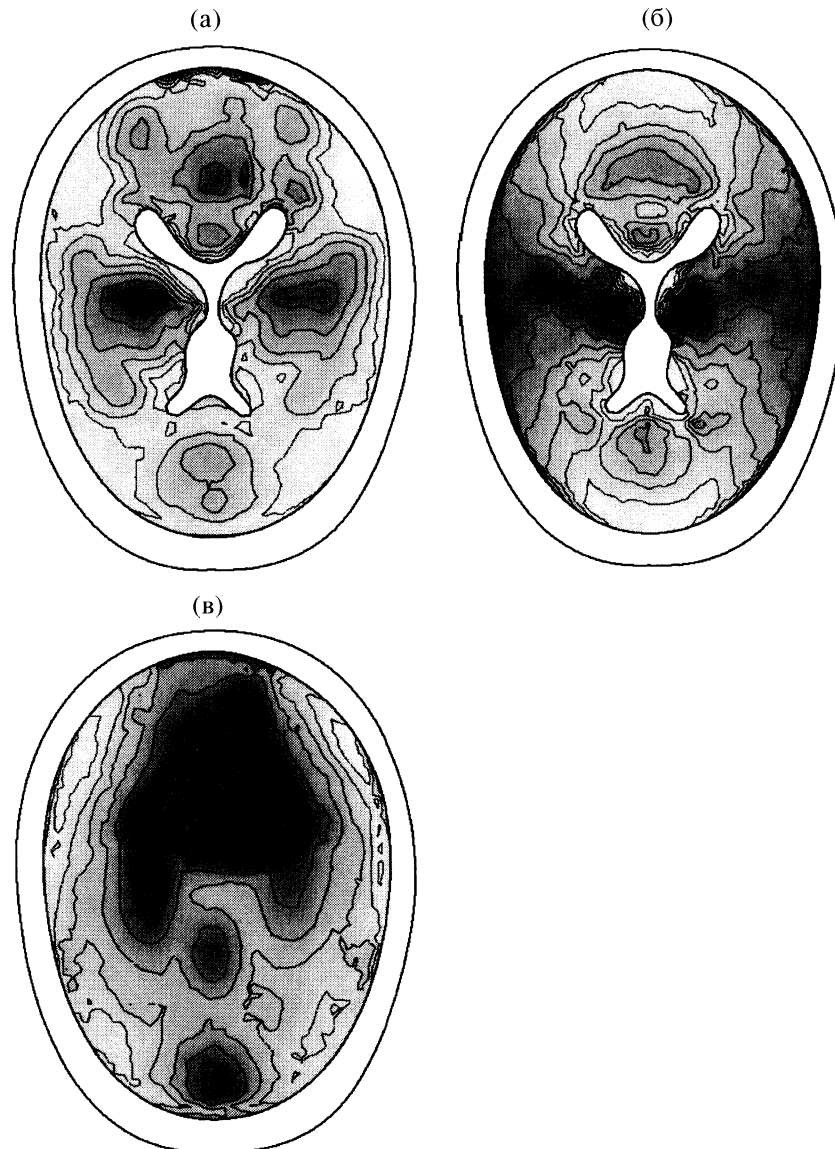
Фиг. 6. Результаты расчета двухкомпонентной модели: (а) – максимальное сжатие; (б) – максимальное растяжение; (в) – максимальные сдвиговые напряжения.

Здесь $|\Lambda|$ обозначает диагональную матрицу, составленную из модулей собственных значений матрицы A . При $\alpha = 0$ мы получаем схему первого порядка (5), при $\alpha = 1$ – схему второго порядка (6). Схема (7) называется гибридной, если коэффициент α выбирается в соответствии с локальными свойствами решения (см. [4]), и гибридизированной, если он имеет фиксированное значение (см. [5]), подбираемое экспериментально. В данной работе локальная гладкость решения определялась из условия, предложенного Р.П. Федоренко:

$$(\mathbf{u}_{m+1}^n - 2\mathbf{u}_m^n + \mathbf{u}_{m-1}^n)/2 \leq K(\mathbf{u}_{m+1}^n - \mathbf{u}_{m-1}^n)/2.$$

В расчетах полагалось $K = 0.5$. В случае гладких решений использовалась схема второго порядка (6), если решение имеет разрывный характер – то схема первого порядка (5).

На фиг. 4 приведены профили скорости для одномерной задачи распространения прямоугольного импульса, полученные с помощью этих разностных схем. Ширина импульса составляет 40 узлов расчетной сетки. К моменту времени, показанному на рисунке, импульс прошел 200 узлов по координате от первоначального положения. Расчет проведен при числе Куранта $\sigma = 0.7$



Фиг. 7. Распределение сдвиговых напряжений: (а) – полное сцепление; (б) – скольжение; (в) – двухкомпонентная модель.

4. РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ ДВУМЕРНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

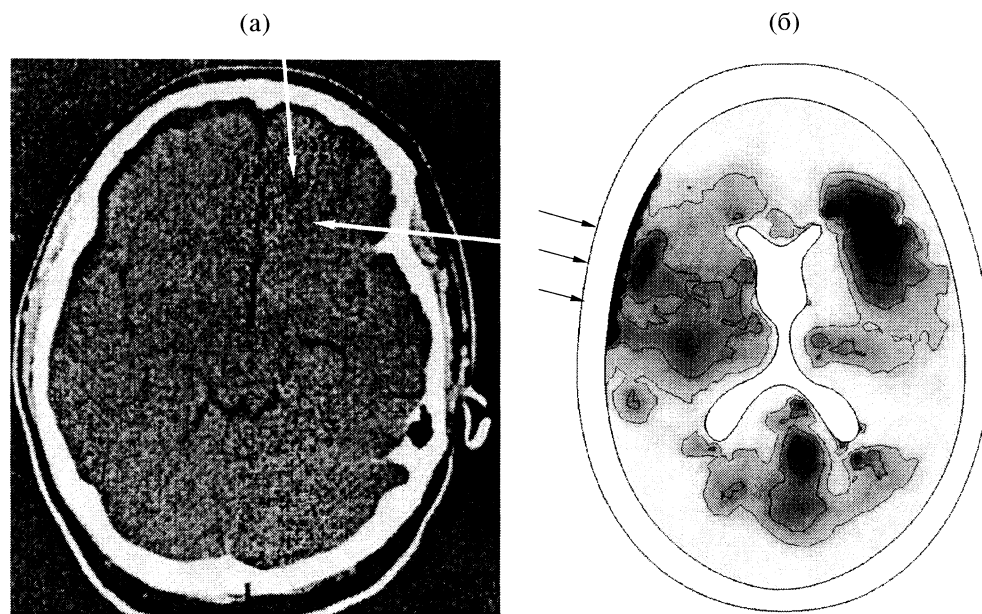
В случае двумерных гиперболических уравнений разностные схемы на регулярной расчетной сетке $\{x_l = lh, y_m = mh, t^n = n\tau\}$ могут быть получены из перечисленных одномерных разностных схем следующим образом. Каждую явную схему на трехточечном шаблоне можно представить в виде действия оператора

$$\mathbf{u}_m^{n+1} = \mathbf{u}_m^n + G(A, \tau, h)\{\mathbf{u}_{m-1}^n, \mathbf{u}_m^n, \mathbf{u}_{m+1}^n\}.$$

Тогда соответствующая двумерная схема на пятиточечном шаблоне будет иметь вид

$$\mathbf{u}_{l,m}^{n+1} = \mathbf{u}_{l,m}^n + \beta G\left(\frac{1}{\beta}A_x, \tau, h\right)\{\mathbf{u}_{l-1,m}^n, \mathbf{u}_{l,m}^n, \mathbf{u}_{l+1,m}^n\} + (1 - \beta)G\left(\frac{1}{1-\beta}A_y, \tau, h\right)\{\mathbf{u}_{l,m-1}^n, \mathbf{u}_{l,m}^n, \mathbf{u}_{l,m+1}^n\}.$$

Идея другого метода – расщепления по пространственным направлениям – заключается в за-



Фиг. 8. (а) – КТ-снимок пациента с ушибом головного мозга тяжелой степени, удар слева; (б) – соответствующее распределение максимальных сдвиговых нагрузок.

мене двумерной системы (3) тремя одномерными системами:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + A_1 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_1} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + A_2 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_2} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{f}. \quad (10)$$

Решаются они с помощью некоторой одномерной разностной схемы поэтапно: сначала во всей области интегрирования решается система (8), затем результат используется для решения системы (9) и, наконец, окончательное решение получается в результате прибавления правой части (10).

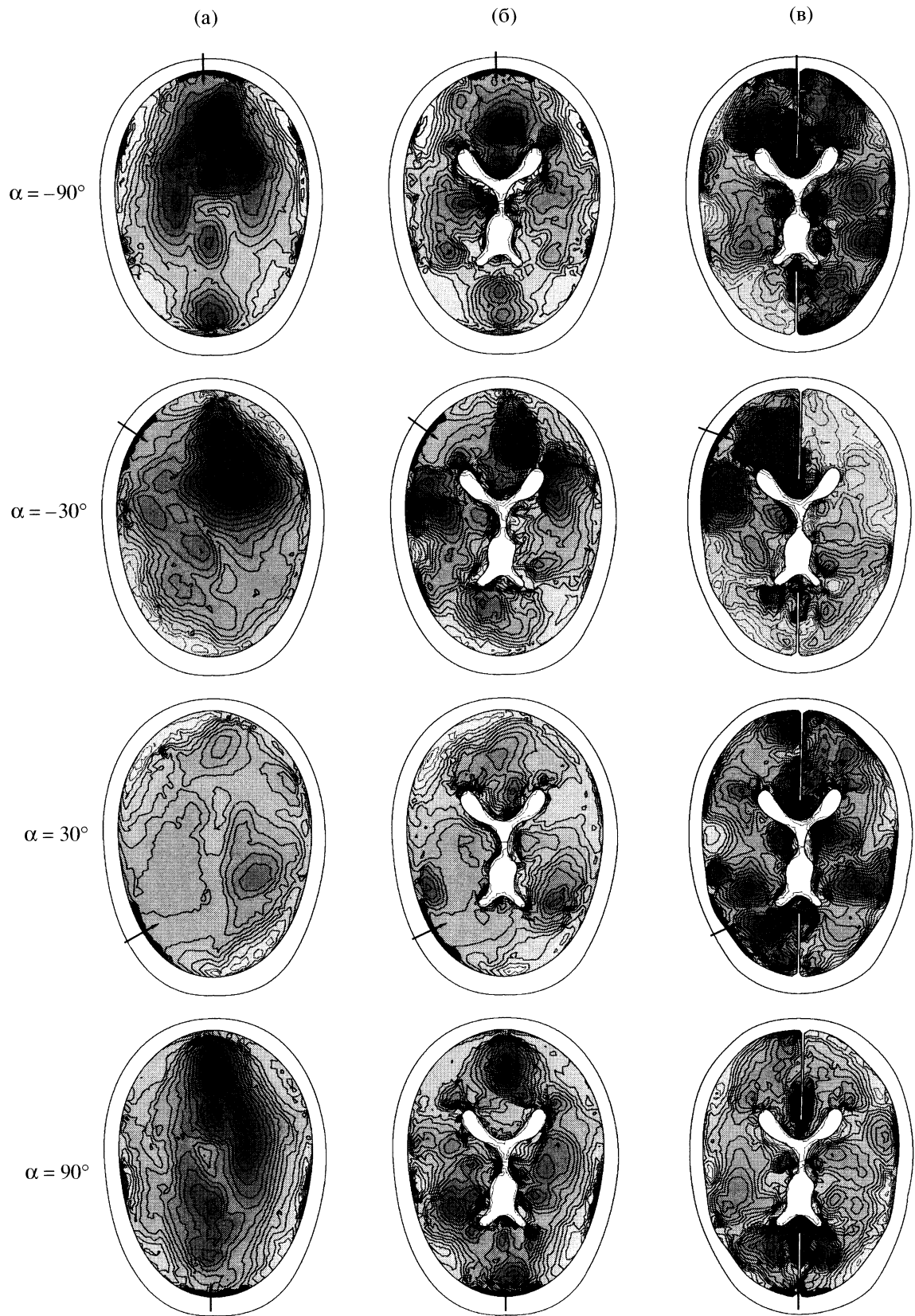
5. ОБОБЩЕНИЕ НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫЕ ТРЕУГОЛЬНЫЕ СЕТКИ

Использование регулярных четырехугольных сеток, на которых проводились численные расчеты, накладывает определенные ограничения на геометрию области интегрирования.

В данной работе также был реализован алгоритм, позволяющий применить описанные двумерные разностные схемы для расчетов на неструктурированных треугольных сетках. При этом значения в узлах пятиточечного шаблона определялись линейной интерполяцией внутри прилежащих треугольников.

На фиг. 5 приведены изолинии модуля скорости в задаче о распространении возмущения в круговой области, полученные с помощью гибридной схемы на треугольной расчетной сетке.

Отметим, что уже имеются программные инструменты промышленного уровня для построения треугольных сеток в областях произвольной формы и связности. Например, в данной работе использовалась программа Triangle (автор J.R. Shewchuk). Треугольная сетка позволяет управлять размерами ячеек, добиваясь либо полной однородности, либо, при необходимости, сгущения или разрежения в определенных зонах. Как видно из фиг. 5, решение на треугольной сетке практически изотропно, причем степень размазывания волнового фронта не превосходит степени размазывания по горизонтали и вертикали схемы на структурированной сетке.



Фиг. 9. Зависимость распределения максимальных сдвиговых нагрузок (от 0 до 0.04 атм) от направления удара (темные области соответствуют большим сдвиговым нагрузкам): (а) – двухкомпонентная модель; (б) – модель с желудочками; (в) – модель с мембраной.

Таким образом, можно сделать вывод, что использование гибридных схем с расщеплением на неструктурированных треугольных сетках вполне оправдано, так как позволяет получать численные решения удовлетворительного качества в областях интегрирования произвольной формы.

6. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И СРАВНЕНИЕ С КЛИНИЧЕСКИМИ ДАННЫМИ

На фиг. 6 приведены интегральные характеристики механического воздействия на мозг при боковом ударе, полученные с помощью двухкомпонентной модели с условием свободного скольжения на границе череп–мозг. Наиболее опасными представляются концентрации максимальных растягивающих (положительных) (фиг. 6б) и сдвиговых напряжений (фиг. 6в). В частности, упомянутое выше явление противоудара продемонстрировано на фиг. 6б: наиболее опасные повреждения мозгового вещества локализуются в области положительных напряжений.

На фиг. 7 приведены распределения сдвиговых напряжений при ударе снизу, полученные с помощью разных моделей. Использование условия полного сцепления на границе череп–мозг приводит к концентрации сдвиговых напряжений вдоль контактной границы на боковых поверхностях, в то время как скользящий контакт полностью их снимает.

Учет наличия желудочков практически не оказывает влияния на распределение областей максимального сжатия и растяжения, но существенно влияет на распределение сдвиговых нагрузок. Наличие мембраны более существенно для локализации областей сжатия–растяжения при боковых ударах.

На фиг. 8а приведен пример КТ-снимка пациента с ушибом головного мозга тяжелой степени, полученным от удара слева при ДТП (данные предоставлены Главным военным госпиталем им. Н.Н. Бурденко). Стрелками на томограмме указаны места поражения мозгового вещества. На фиг. 8б приведено соответствующее распределение максимальных сдвиговых нагрузок.

По результатам сравнения расчетных данных с клиническими данными по 18 пациентам, получившим черепно-мозговые травмы различной тяжести, а также с имеющимися в медицинской литературе качественными описаниями биомеханики черепно-мозговой травмы сделан вывод об удовлетворительной описательной способности модели.

При уменьшении площади соударения (аналог удара острым предметом) наблюдается область концентрации сдвиговых напряжений, совпадающая с очагом гематомы.

На фиг. 9 представлены поля распределения сдвиговых нагрузок в зависимости от угла нанесения ударной нагрузки α (от -90° до 90°).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Физ.-мат. лит., 1994.
2. Новацкий В.К. Теория упругости. М.: Мир, 1975.
3. Магомедов К.М., Холодов А.С. Сеточно-характеристические численные методы. М.: Наука, 1988.
4. Петров И.Б., Холодов А.С. О регуляризации разрывных численных решений уравнений гиперболического типа // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1984. Т. 24. № 8. С. 1172–1188.
5. Петров И.Б., Тормасов А.Г., Холодов А.С. Об использовании гибридизированных сеточно-характеристических схем для численного решения трехмерных задач динамики деформируемого твердого тела // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1990. Т. 30. № 8. С. 1237–1244.
6. Агапов П.И., Петров И.Б., Челноков Ф.Б. Численное исследование задач механики деформируемого твердого тела в неоднородных областях интегрирования // Обработка информации и моделирование. М., 2002. С. 148–157.

Сдано в набор 15.05.2006 г.

Подписано к печати 24.07.2006 г.

Формат бумаги $60 \times 88 \frac{1}{8}$

Цифровая печать Усл. печ. л. 23.0

Усл. кр.-отг. 8.8 тыс.

Уч.-изд. л. 23.0

Бум. л. 11.5

Тираж 374 экз.

Зак. 1627

Учредители: Российская академия наук, Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Издатель: Академиздатцентр “Наука”, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 90

Оригинал-макет подготовлен МАИК “Наука/Интерпериодика”

Отпечатано в ППП “Типография “Наука”, 121099, Москва, Шубинский пер., 6