МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

том **6** номер **7** год **1994**

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ РОСТ В УСЛОВИЯХ ЭНДОГЕННОГО НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА И ИСТОЩЕНИЯ ПРИРОДНЫХ РЕСУРСОВ

© *В.И. Китайгородский, А.М. Лукацкий*

Институт энергетических исследований РАН, Москва

Исследуется влияние невозобновляемых энергоресурсов на экономический рост. Модель экономического роста включает только один невозобновляемый ресурсный сектор. Формулируется задача оптимального управления. Максимизируется суммарное дисконтированное потребление. Показано, что существуют два качественно различных режима поведения максимизируемого функционала. Сформулировано соответствующее условие бифуркации.

V.I. Kitaygorodsky, A.M. lukatsky

Energy Research Institue Russian Academy of Sciences, Moscow

Impact of nonrenewable energy resources depletion is considered. The model of economic growth includes only one nonrenewable resource sector. Optimal control problem is formulated. Aim to maximize is total disconted consumption. Shown that there are two quantitavely different types of behaviour of maximized functional. The correspondent condition of bifurcation is formulated.

1. Введение. В широко известных работах Римского клуба анализ истощения природных ресурсов был одним из главных направлений исследования. Нас в первую очередь интересует возможность частичного замещения истощающихся ресурсов (в частности, энергоресурсов) такими факторами производства, как капитал и технологический прогресс. В работах Римского клуба возможность замещения первоначально не рассматривалась. Однако, если ввести в уравнения системной динамики производственные функции, включающие капитал и НТП, то появится возможность исследовать механизмы такого замещения. Впервые в [1,2] на основе весьма простых моделей, использующих производственные функции Кобба-Дугласа, было показано, что рост потребления на душу населения возможен даже когда производство зависит от истощающегося ресурса, а население растет с постоянным темпом. Устойчивый рост потребления возникает в этих моделях в результате эффектов замещения между капиталом и ресурсом. Однако, этот результат сильно зависит от роста технологического прогресса, который в указанных моделях задается экзогенно.

В последующих работах [3-5] указанный подход был обобщен на случай эндогенного технического прогресса. В частности, в работе [3] были определены условия, при которых устойчивый рост потребления достигается тем, что часть выпуска направляется в технологический сектор, обеспечивающий рост знаний.

Общей особенностью работ [1-3] является то, что в этих работах исследуется оптимальный план при допущении о постоянном росте потребления на душу населения. При этом проблема оптимального распределения выпуска на потребление и накопление не рассматривается.

В [4-5] рассмотрены более общие постановки: определяются оптимальные траектории потребления, использования истощающегося ресурса и капиталовложений в технологический сектор, которые максимизируют суммарную дисконтированную полезность потребления на бесконечном горизонте. Недостатком перечисленных моделей является то, что они, как правило, не учитывают экономических характеристик ресурсного сектора. Иными словами, ресурсный сектор в этих моделях не требует ни затрат, ни инвестиций, число занятых предполагается равным нулю. Единственная характеристика ресурсного сектора, которая рассматривается в моделях [1-5] - запасы истощающегося ресурса, причем в большинстве моделей эти запасы конечны. Лишь в [5] рассмотрена постановка, учитывающая возможность расширения сырьевой базы с ростом потенциала знаний.

2. Описание модели. В данной работе исследуется модель экономической динамики, предполагающая, что экономика использует лишь один невозобновляемый ресурс. Наряду с ресурсным сектором мы выделяем технологический сектор, результатом которого является развитие НТП, и производственный сектор. Таким образом, рассматривается динамическая модель экономики с фазовым пространством

$V=(P,F,Q)$, где:

$P=P(t)$ -"уровень знаний" (некоторая характеристика НТП);

$F=F(t)$ - производственные фонды;

$Q=Q(t)$ - запасы невозобновляемого ресурса.

Заметим, что здесь дается трактовка "знаний" как сектора экономики. Поэтому $P(t)$ может оцениваться величиной фондов в секторе знаний. Подобная трактовка знаний имеется, например, в исследовании Дж. Кендрика [6] Применительно к экономике США дана оценка капитала в сфере прикладных и фундаментальных исследований. Ниже приводится фрагмент статистики из [6] для периода с 1929 по 1969 г.г.. Величины $P(t),F(t),Y(t)$ оцениваются в млрд. долл. по курсу 1958г., а $R(t)$ в млн. BTU(британская универсальная топливная единица).

ТАБЛИЦА 1.

t=	1929	1934	1939	1944	1949	1954	1959	1964	1969
P(t)	4.6	6.6	9	15.5	23.8	37.7	65.2	97.2	127.6
F(t)	847	784	848	939	1101	1256	1440	1685	2126
Y(t)	231	170	237	289	351	416	488	591	726
R(t)	2796	1801	2175	2276	2915	3394	3902	4568	5595

Зависимость выпуска от фазовых переменных задается производственной функцией

$$Y = A \cdot P^{a} F^{a1} R^{a2},$$

здесь обычно добавляется условие

$a1+a2=1$.

На базе погодовой статистики , фрагментарно приведенной в таблице 1, была произведена идентификация параметров производственной функции по экономике США. Были получены следующие значения :

$a=0.05$
$a1=0.92$
$a2=0.08$

при этом значение постоянного множителя составило $A=0.251$. Использовался метод наименьших квадратов, причем применительно к логарифмам величин выпуска,фондов и энергии. Среднее квадратическое отклонение эмпирической величины выпуска от теоретической не превысило 3% от средней эмпирической величины выпуска.

Потребление $R(t)$ невозобновляемого ресурса связано с его запасами следующим соотношением(условимся производную по t

функции f обозначать через $\dot{f}=(d/dt)(f)$.$\dot{Q} = -R$. Иными словами, здесь предполагается, что прироста запасов не происходит.

Главным отличием рассматриваемой модели от существующих моделей этого типа является учет растущих затрат на производство невозобновляемого ресурса. Динамика производства такого ресурса в нашей модели описывается уравнением

$$R(t)=b \cdot F2 \cdot Q(t) / Q(0),$$

где $F2$ - основные фонды в ресурсном секторе;

$Q(0)$ - начальный ресурс;

b - начальная фондоотдача, выраженная в добыче на единицу основных фондов. Нетрудно видеть, что текущая фондоотдача, определяемая как $b1=b \cdot Q(t) / Q(0)$, будет убывать по мере истощения ресурса. Как показано в [7] данное уравнение хорошо согласуется с эмпирическими данными об извлечении невозобновляемых ресурсов

Важной характеристикой истощающегося ресурса является кратность, равная отношению текущих запасов к добыче: Q/R. Кратность показывает на какой период времени может хватить имеющихся в данный момент запасов при условии, что добыча останется неизменной.

Для упрощения выкладок в качестве вторичных фазовых переменных вводятся:

$R = -\dot{Q}$ - энергия;
$k = R/Q$ - темп истощения запасов

(величина, обратная кратности добычи ресурса);
Введем также управление $W=(W_p, W_f, W_q)$. Здесь W - вектор инвестиций:

W_p - инвестиции в знания;
W_f - инвестиции в фонды;
W_q - инвестиции в добычу.

Пусть $C=Y-W_p-W_f-W_q$ - потребление в момент t,

$$I=\int_0^{+\infty} C(t)\cdot exp(-ro\cdot t)\,dt$$ - суммарное дисконтированное потребление,где ro - дисконт.

Динамика модели задается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{P} &= W_p - l\cdot P \\ \dot{F} &= W_f - m\cdot F \\ \dot{k} &= (A2/Q(0))W_q \end{aligned} \qquad (1)$$

Здесь l, m - коэффициенты старения знаний и износа фондов соответственно.

На первый взгляд ожет показаться, что для ресурсного сектора отсутствует фактор износа фондов. Однако это не так, ибо из уравнения динамики k темпа истощения запасов и согласно определению фондов $F2$ ресурсного сектора следует, что для того, чтобы поддерживать объем производства энергоносителей на постоянном уровне по мере истощения запасов, необходимо делать инвестиции в ресурсный сектор. Таким образом, амортизационные расходы ресурсного сектора включаются в общий объем капиталовложений в этот сектор.

Отметим, что старение знаний отражает процессы, связанные со сменой технологий в секторе производства(т.е. с моральным износом фондов), что, в свою очередь, стимулирует обновление сектора знаний. Поведение же чисто теоретического знания, отдельные элементы которого могут не утрачивать актуальности на весьма продолжительных периодах , выходит за рамки описываемой модели.

Сформулируем далее задачу оптимального управления. Ищется управление W в классе допустимых, т.е. удовлетворяющих ограничениям:

$$C \geqslant 0 \qquad (1')$$

$$W \geqslant (l\cdot P,\ m\cdot F,\ 0)$$

В качестве критерия оптимальности берется максимум функционала суммарного дисконтированного потребления I. Такой критерий исходит из предположения об однородности интегральной стоимостной оценки потребления на различных временных периодах. В то же время следует учесть, что структура потребления характеризуется набором материальных благ, номенклатура которых может меняться за продолжительных отрезкок времени. Так например, в составе потребляемых благ 90-ых годов имеются компакт-диски, видеомагнитофоны, переносные компьютеры, аналоги которых отсутствовали скажем в 50-ые годы. Фактически развитие фактора знаний в свою очередь может качественно

обогощать структуру потребления. В этой связи возможна следующая модификация указанной постановки. Введем дополнительный функционал:

$$IU = \int_0^{+\infty} U(C(t)) \cdot exp(-ro \cdot t)\, dt$$

Здесь в качестве U может быть взята некоторая выпуклая функция, например $U = x^a$, где $0<a<1$ или $ln(C)$. Такая постановка рассматривалась в [5].

Легко видеть, что по мере количественного роста потребления $C(t)$ на дальнем горизонте времени t функционал IU существенно менее чувствителен к аддитивным добавкам, нежели I. Это свойство функционала IU позволяет в определенной степени учесть в модели аспекты , связанные с эволюционирорванием во времени набора потребляемых материальных благ. В данной статье более подробно будет рассмотрена постановка с критерием оптимальности I.

3. Исследование модели. Для сформулированной таким образом задачи оптимального управления можно выписать систему уравнений Эйлера:

$$aY/P = l + ro$$

$$a1Y/F = m + ro$$

$$\dot{Y}/\dot{Q} - Y \cdot \ddot{Q}/\dot{Q}^2 = roY/\dot{Q} + Q(0)ro^2/(A2 \cdot a2 \cdot Q) \quad (2)$$

В варианте постановки с функционалом IU получаем систему уравнений (удобно обозначить V=exp$(-ro \cdot t)(dU/dx)$):

$$dV/dt + (a \cdot Y/P - l)V=0$$

$$dV/dt + (a1 \cdot Y/F - m)V=0$$

$$(d/dt)(V \cdot a2 \cdot Y/\dot{Q}) + (Q(0)/(a2 \cdot Q)) \cdot (\ddot{V}) = 0 \quad (2')$$

Полученная система включает выражения, зависящие от функции U. Однако мы можем, проведя несложные преобразования, исключить U и получить следующую систему:

$$a \cdot Y/P\text{-}l = a1 \cdot Y/F1\text{-}m$$

$$(d/dt)(a2 \cdot Y/\dot{Q}) + (Q(0)/(a2 \cdot Q))((a \cdot Y/P\text{-}l)^2 -$$

$$- (d/dt)(a \cdot Y/P)) = (a \cdot Y/P\text{-}l)(a2 \cdot Y/\dot{Q}) \quad (2'')$$

Машинные эксперименты показали, что решение систем (2),(2'') во многих случаях может выходить из допустимой области (1). Поэтому полезно

также в явном виде получить формулу для вариации функционала I. Используя технику вычисления вариационных производных, получаем:

$$dI = \int_0^{+\infty} \exp(-ro \cdot t)\{[a \cdot Y/P - (l+ro)]dP + [a1 \cdot Y/F-$$

$$-(m+ro)]dF + [(Q(0)ro^2/(A2 \cdot Q)+a2 \cdot ro \cdot Y/\dot{Q} -$$

$$- (d/dt)(a2 \cdot Y/\dot{Q})]dQ\}dt$$

Для поиска максимума функционала I можно использовать прямые вариационные методы, в частности бесконечномерный аналог градиентного метода.

Далее мы проведем качественный анализ модели(2). Для этого приведем третье уравнение системы (2) к виду:

$$(d/dt)(\ln(Y/R)) = ro - Q(0)ro^2 \cdot k/(A2 \cdot a2 \cdot Y)$$

Отсюда следует, что на экстремали имеем:

$$Y/Y(0) < \exp(ro \cdot t)R/R(0)$$

Последнее неравенство позволяет оценить суммарный дисконтированный выпуск, который в свою очередь мажорирует функционал I:

$$I \leqslant \int_0^{+\infty} \exp(-ro \cdot t)Ydt < Y(0)/k(0)$$

Поэтому решение, даваемое системой уравнений Эйлера при заданом начальном темпе истощения всегда дает конечное значение для максимума функционала I. В тоже время машинные эксперименты выявили наличие управлений, приводящих к бесконечному росту функционала I. Оказывается, что для исследуемой модели вопрос о конечности функционала I приводит к следующему простому условию:

Предложение.

1.При $a \leqslant a2$ функционал I конечен.

2.При $a > a2$ всегда найдутся стратегии в классе допустимых, т.е. удовлетворяющих условию (1), для которых функционал I будет иметь бесконечное значение. Напомним, что $a1+a2=1$, поэтому эквивалентная формулировка для условия 1 будет $a1+a \leqslant 1$ и для условия 2: $a1+a>1$.

Доказательство. Рассмотрим сначала случай 2. Введем класс управлений:

$$P(t) = P(0)\exp(g \cdot t)$$
$$F(t) = F(0)\exp(x \cdot t)$$
$$Q(t) = Q(0)\exp(-k \cdot t)$$

Для выпуска тогда получим динамику $Y=Y(0) \cdot \exp(n \cdot t)$, где $n = a \cdot g+a1 \cdot x-a2 \cdot k$. Вектор инвестиций W имеет вид:

$$W_p = (g+l)P$$
$$W_f = (x+m)F$$
$$W_q = (Q(0)/A2)\dot{k} = 0$$

Здесь естественно рассматривать класс управлений с положительными g, x, k, откуда условие неотрицательности вектора инвестиций W выполняется автоматически. Для неотрицательности потребления тогда необходимо выполнения

условия:

$$Y(0)\exp(n\bullet t) \geqslant (l+g)P(0)\exp(g\bullet t)+(m+x)F(0)\bullet\exp(x\bullet t) \qquad (3)$$

отсюда при t=0 получаем: $Y(0) \geqslant (l+g)P(0) + (m+x)F(0)$ или же

$$(gP(0)+xF(0))/(P(0)+F(0)) \leqslant Y(0)/(P(0)+F(0)) - (lP(0)+mF(0))/(P(0)+F(0)) \qquad (3')$$

Последнее условие является необходимым. Кроме того, необходимым является условие $n \geqslant g$, $n \geqslant x$. Заметим, что по совокупности последние два условия являются также и достаточными, т.е. дают строгий критерий положительности потребления.Если же потребовать выполнение более сильного условия:

$$n - g - ro \geqslant h\ ,\ n - x - ro \geqslant h, \qquad (3'')$$

где $h > 0$, то, как легко видеть, для дисконтированного потребления можно построить в качестве миноранты функцию $H\bullet\exp(h\bullet t)$, где $H>0$, - константа.Отсюда следует, что функционал I будет иметь бесконечное значение.Из условия (3'') получаем:

$$a\bullet g + a1\bullet x - a2\bullet k > g+ro$$

$$a\bullet g + a1\bullet x - a2\bullet k > x+ro$$

Последние неравенства приводятся к виду:

$$(a1/a2)x - ((1-a)/a2)g > k+ro/a2$$

$$x - (a/a2)g < -k - ro/a2 \qquad (3''')$$

Геометрически область U совместности условий (3'') и (3''') изображена ниже:

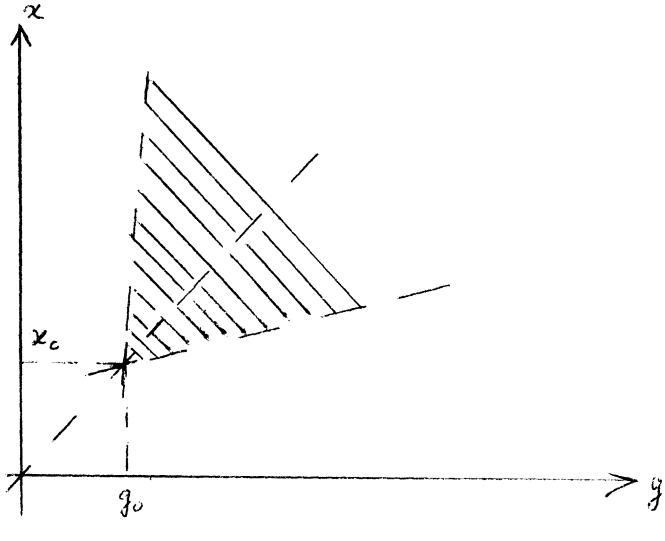

Рис.1.

Здесь легко проверить, что $x0 = g0 = (a2 \cdot k + ro) / (a-a2)$.
Поэтому для того, чтобы область U оказалась непустой, необходимо и достаточно выполнение условия:

$$(a2 \cdot k + ro) / (a-a2) \leqslant (Y(0) - l \cdot P(0) - m \cdot F(0)) / (P(0)+F(0)) \qquad (4)$$

Рассмотрим далее случай $a \leqslant a2$. Здесь, в свою очередь, исследуем отдельно варианты 1a: $a < a2$; 1b: $a=a2$.

В а р и а н т 1a ($a<a2$). Заметим, что в этом случае имеем:

$$a + a1 < a2+a1 = 1.$$

Для оценки суммарного выпуска воспользуемся неравенством Коши - Буняковского для нормы L^1. Получим

$$\int_0^{+\infty} A \cdot P^a F^{a1} R^{a2} \exp(-ro \cdot t) dt \leqslant$$
$$\leqslant \left[\int_0^{+\infty} A \cdot P^a F^{a1} \exp(-ro \cdot t) dt \right] \left[\int_0^{+\infty} R^{a2} dt \right]$$

Введем далее в промежутке $t \geqslant 0$ подмножества:
$M' = \{t; R(t) \geqslant 1\}$ и $M'' = \{t; R(t) < 1\}$.
Имеем:

$$\int_{M'} R^{a2} dt \leqslant \int_0^{+\infty} R dt \leqslant Q(0)$$

Для функционала I тогда получим оценку

$$I \leqslant Q(0) \cdot \int_{M'} A \cdot P^a F^{a1} \exp(-ro \cdot t) dt +$$
$$+ \int_{M''} A \cdot P^a F^{a1} \exp(-ro \cdot t) dt -$$
$$- \int_0^{+\infty} (Wp + Wf + Wq) \cdot \exp(-ro \cdot t) dt$$

Введем для I мажорантный функционал

$$I' = \int_0^{+\infty} [A(Q(0)+1) \cdot P^a F^{a1} - lP - mF] \exp(-ro \cdot t) dt,$$

из ограниченности I' будет следовать ограниченность I. Введем функцию $U = \max(P,F)$ и обозначим:

$$D = A \cdot (Q(0)+1),$$

$$s = \min(l,m), \quad x = 1+(a-a2)$$

Имеем:

$$I' \leqslant \int_0^{+\infty} (D \cdot U^x - sU) \exp(-ro \cdot t) dt.$$

Выберем на промежутке $t \geqslant 0$ подмножество N, на котором

$$D \cdot U^{x} - sU \geqslant 0,$$

что эквивалентно выполнению неравенств:

$$P,F < (D/s)^{(1/(a2-a))} = Z.$$

Отсюда получаем итоговую оценку для функционала I.

$$I \leqslant I' \leqslant \int_0^{+\infty} Z \exp(-ro \cdot t)\,dt = Z/ro.$$

В а р и а н т 1б (a=$a2$).

В этом случае удобно воспользоваться следующей оценкой для потребления:

$$C(t) \leqslant A \cdot P \cdot R^{a2} - \dot{P} - lP + A \cdot F \cdot R^{a2} - \dot{F} - mF.$$

Заметим, что если $s = \min(l,m)$, то из условия $C \geqslant 0$ получаем:

$$A \cdot R^{a2} \geqslant s \text{ или } R \geqslant (s/A)^{1/a2}.$$

Из этого следует

$$R^{a2}/R = 1/R^{a1} \leqslant (A/s)^{a1/a2}$$

откуда имеем

$$R^{a2} \leqslant ((A/s)^{a1/a2}\ R.$$

Обозначим $A \cdot (A/s)^{a1/a2} = B$.

Для текущего потребления выполняется оценка

$$C \leqslant B(P+F) - (\dot{P}+\dot{F}).$$

Из неотрицательности потребления C получаем: $(\dot{P}+\dot{F}) / (P+F) < B \cdot R$. Отсюда имеем оценку:

$$\int_0^{+\infty} [(\dot{P}+\dot{F}) / (P+F)]\,dt \leqslant \int_0^{+\infty} B \cdot R\,dt.$$

И далее $\int_0^{+\infty} B \cdot R\,dt = -\int_0^{+\infty} B \cdot \dot{Q}\,dt \leqslant \int_0^{+\infty} B \cdot Q(0).$

Значит, $\ln(P+F) \leqslant \ln(P(0)+F(0)) + B \cdot Q(0)$

А также, $P + F \leqslant (P(0) + F(0))\exp(B \cdot Q(0))$.

Из предыдущего справедлива оценка

$$C \leqslant B(P+F)R \leqslant B(P(0)+F(0))\exp(B \cdot Q(0)).$$

Поэтому имеем:

$$I \leqslant \int_0^{+\infty} B(P(0)+F(0))\exp(B \cdot Q(0))\dot{Q}\ \exp(-ro \cdot t)\,dt.$$

Интегрируя по частям последнее соотношение, получаем окончательную оценку для функционала I:

$$I \leqslant B(P(0)+Q(0))\exp(B\ Q(0))Q(0)/ro.$$

Следовательно функционал I ограничен и для случая $a = a2$.

4. Анализ результатов исследования. Таким образом нами установлены два качественно различных режима поведения модели:

- ограниченность суммарного дисконтированного потребления для любого допустимого управления (вариант $a \leqslant a2$);
- наличие допустимых управлений, реализующих бесконечное суммарное дисконтированное потребление (вариант $a > a2$).

Основным фактором, влияющим на качественное поведение исследуемой модели является соотношение между параметрами производственной функции a, $a2$. При этом линия $a=a2$ является бифуркационной для динамической системы (1).

Экономическая интерпретация полученных фактов состоит в том, что при определенном сочетании факторов технический прогресс может компенсировать истощение ресурса. Бифуркация же может интерпретироваться как переход от энергоемкой ($a \leqslant a2$) к наукоемкой экономике ($a > a2$).Подчеркнем, что кроме выше приведенного условия на параметры a, $a2$ для существования управления с бесконечным ростом I необходимо соблюдение определенной пропорции (3) в начальных условиях $P(0)$, $F(0)$, $Y(0)$.

5. Пример. Пусть параметры производственной функции имеют следующий вид:

$a = 0.4$, $a1 = 0.8$, $a2 = 0.2$, $k = 0.05$, $ro = 0.06$, $l=0.05$, $m=0.1$

Подобный набор параметров дает возможность построить управление с бесконечным функционалом I. Условие (4) приобретет вид:

$$0.75P(0) + 0.8F(0) \leqslant Y(0) \qquad (4')$$

В тоже время вышеупомянутый анализ статистики по экономике США выявил такие значения параметров производственной функции, которые не позволяют построить управления W с бесконечным функционалом I (a=0.05, $a1$=0.92, $a2$=0.08), но при зтом находятся близко к точке бифуркации ($a=a2$).

Возможный вариант развития рассмотренной модели состоит в допущении отрицательной величины для потребления на некотором начальном этапе $[0,T1)$ с тем условием, чтобы суммарная отрицательная величина дисконтированного потребления:

$$I(T1) = \int_0^{T_1} c(t)\exp(-ro \cdot t)\,dt = -V$$

компенсировалась положительной на некотором последующем этапе $[T1,T2]$, условия (4) - (4′) можно было бы снять.Действительно, в последнем случае дисконтированное потребление уже не будет иметь миноранту вида $H \cdot \exp(h \cdot t)$ на всем промежутке $t \geqslant 0$. Однако, легко проверить, что

такого вида миноранта будет существовать для промежутка $t \geqslant T1$ для некоторого $T1>0$. Отсюда:

$$\int_{T_1}^{+\infty} c(t)\exp(-ro \cdot t)\,dt = +\infty$$

Поэтому отрицательная величина V будет компенсирована к некоторому моменту $T2>T1$.Заметим, что величину V можно было бы при этом интерпретировать как кредит. Более подробно модель экономики с кредитом в качестве фазовой переменной рассмотрена в [11] . .

6. Заключение. Поведение динамической системы (1) может быть проинтерпретировано в терминах теории катастроф[8,9]. При переходе параметров a, $a1$, $a2$ динамической системы через бифуркационное подмножество ($a=a2$) функционал I из ограниченного для допустимых управлений (1') ($a \leqslant a2$) становится неограниченным ($a > a2$). При этом условие ($a=a2$) бифуркации динамической системы (1) допускает естественную экономическую интерпретацию (переход от энергоемкой к наукоемкой экономике).

Предложенный модельный подход реализован в виде диалогового программного комплекса на ПЭВМ **IBM PC/AT** под операционной системой **MS DOS**. В качестве языка программирования был использован **QUICK-BASIC** (компилятор).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Solow R.M.* Intergenerational equity and exhaustible resources // Rev. of Econ. Studies Symposium. 1974. Vol.40,P.29-45.

2. *Stiglitz J.E.* Growth with exhaustible natural resources: efficient and optimal grawth path // Rev. of Econ. Studies Symposium. 1974. Vol.40, P.123-137.

3. *Suzuki H.* On the possibility of steadily drowing per capita consumption in an economy with a wasting and non-replenishable resource // Rev. of Econ. Studies. 1976. Vol.42, N2. P.527-535.

4. *Chiarella C.* Optimal depletion of a nonrenewable resourse when technological progress is endogenous // Exhaustible Resourse,Optimality and Trade // M.C. Kemp and N.V.Long(eds) // Amst.: North Holland, 1980, P.81-93.

5. *Takayama A.* Optimal technical progress with exhaustible resource // Exhaustible Resouces. Optimality and Trade.// M. C. Kemp and N.V.Long (eds) //. 1980. P.95-110.

6. *Кендрик Дж.*- "Совокупный капитал США и его формирование". М.: Прогресс, 1978, 275с.

7. *Китайгородский В.И., Котов В.В.*- "Моделирование экономического развития ". М.: Наука, 1990, 160 с.

8. *Китайгородский В.И., Лукацкий А.М.* Оптимальный рост в 3-х секторной модели развития экономики // Международная школа -семинар по методам оптимизации и их приложениям. Тез. докл.,Иркутск: СЭИ, 1989, с. 102-103.

9. *Арнольд В.И.*- Теория катастроф., 2-ое изд., м., Изд. МГУ, 1983, 80с.
10. *Постон Т. Стюарт И.*- Теория катастроф и ее приложения., М., Мир, 1980, 608с.
11. *Hellman O.* A one-sector dynamic model of the economy of a country // Математическое моделирование, т.2, 1990,N6, с. 64-79.

Поступила в редакцию
09.08.91.