V. L. Sukhikh, A dimension-valid cell-like resolution for ANR compacta, *Vestnik Moskov. Univ. Ser. 1. Mat. Mekh.*, 1993, Number 2, 104–106

$$\leqslant c \sum_{s=1}^{\infty} \left(\sqrt{m_s} \sum_{t=m_s+1}^{m_{s+1}} |a_t(f)| \right)^{\frac{2\alpha}{2\alpha+1}} \left((m_s)^{-\frac{1}{2}-\alpha}\right)^{\frac{1}{2\alpha+1}} =$$

$$= c \sum_{s=1}^{\infty} \left(\sum_{t=m_s+1}^{m_{s+1}} |a_t(f)|^{\frac{2\alpha}{2\alpha+1}} \right) = c \sum_{t=m_1+1}^{\infty} |a_t|^{\frac{2\alpha}{2\alpha+1}}.$$

Следовательно, если $\sum_{t=m_1+1}^{\infty} |a_t|^{\frac{2\alpha}{2\alpha+1}} < \infty$, то из теоремы 2 получаем $f(t) \equiv \mathrm{const}$ на $[0, 1]$.

Теорема 1 доказана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бочкарев С. В. О коэффициентах рядов Фурье по системе Хаара//Матем. сб. 1969. 80(122), № 1 (9). 97—116.
2. Бокаев Н. А. О коэффициентах Фурье по обобщенной системе Хаара//Изв. АН Каз. ССР. Сер. физ.-мат. 1990. № 3. 13—16.
3. Тухлиев К. Коэффициенты Фурье и наилучшие приближения одного класса систем сходимости//Докл. АН Таджикской ССР. 1980. 23, № 11. 615—619.
4. Голубов Б. И. Об одном классе полных ортогональных систем//Сиб. матем. журн. 1968. 9, № 2. 297—314.

Поступила в редакцию
23.01.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 1, МАТЕМАТИКА. МЕХАНИКА. 1993. № 2

УДК 515.12

В. Л. Сухих

РАЗМЕРНО ПОЛНОЦЕННОЕ КЛЕТОЧНОПОДОБНОЕ РАЗРЕШЕНИЕ ДЛЯ ANR-КОМПАКТОВ

Долгое время стоявшая проблема К. Борсука о размерной полноценности ANR-компактов была решена недавно А. Н. Дранишниковым [1], построившим два 4-мерных ANR-компакта с 7-мерным произведением. Следовательно, существуют размерно неполноценные ANR-компакты, т. е. ANR-компакты, для размерности произведения которых не выполняется логарифмический закон.

В связи с этим возникает естественный вопрос о возможности представления всякого ANR-компакта как образа при CE-отображении некоторого размерно полноценного ANR-компакта той же размерности. Настоящая работа дает положительный ответ на этот вопрос.

При этом в качестве условия, гарантирующего размерную полноценность, используется так называемое условие (Δ), введенное К. Борсуком [2]; в статье Дранишникова и Щепина [3] для компактов этого класса предложен термин размерно-регулярные.

Определение 1. Пространство X удовлетворяет условию DD^kP дизъюнктной аппроксимации k-мерных дисков, если для любых двух отображений $f,\ g : D^k \to X$ и любого $\varepsilon > 0$ найдутся отображения $f',\ g' : D^k \to X$, такие, что $\mathrm{dist}(f, f') < \varepsilon$, $\mathrm{dist}(g, g') < \varepsilon$ и $\mathrm{Im} f' \cap \mathrm{Im} g' = \varnothing$.

Лемма 1 [4]. *Пусть ANR-компакт $X \in DD^nP$. Тогда любое отображение $f: Y \to X$, где Y — компакт, $\dim Y \leqslant n$, может быть аппроксимировано вложением.*

Определение 2. Компакт X удовлетворяет условию (Δ), если для любого $\varepsilon>0$ найдено такое $\delta>0$, что всякое замкнутое подмножество $A\subset X$, $\operatorname{diam} A<\delta$, стягивается в точку по подмножеству диаметра $<\varepsilon$ и размерности $\leqslant \dim A+1$.

Лемма 2. *Пусть X есть ANR-компакт, $\dim X=n$, $X\in DD^{n-1}P$. Тогда X удовлетворяет условию (Δ).*

Доказательство. Зафиксируем произвольное $\varepsilon>0$. Выберем такое покрытие компакта X окрестностями $V_1,\ldots,V_N$, чтобы каждая окрестность V_i стягивалась в точку по множеству диаметра $<\varepsilon$. Пусть δ — число Лебега покрытия $\{V_i\}_{i=1}^N$ и A — произвольный компакт в X, $\dim A<\delta$. Тогда $A\subset V_i$ для некоторого i и поэтому существует отображение $f:\operatorname{Con} A\to X$, совпадающее на основании с вложением, причем $\operatorname{diam} \operatorname{Im} f<\varepsilon$.

Нужно показать, что A стягивается в точку по множеству диаметра $<\varepsilon$, размерности $\leqslant \dim A+1$. Для $\dim A=n-1$, n это очевидно. Пусть $\dim A\leqslant n-2$. Из леммы 1 следует, что множество $\{f_n:\operatorname{Con} A\to X: f_n|_{A\times\{0\}}=f|_{A\times\{0\}},\ f_n|_{A\times\left[\frac{1}{n},1\right]}$—вложение$\}$ есть G_δ-множество в пространстве отображений $\operatorname{Con} A$ в X, совпадающих на основании с f. Отсюда и из теоремы Бэра получаем, что существует вложение $g:\operatorname{Con} A\to X$, $g|_{A\times\{0\}}=f|_{A\times\{0\}}$, $\dim \operatorname{Im} g<\varepsilon$. Так как $\dim \operatorname{Con} A=\dim A+1$, то лемма доказана.

Теорема. *Пусть X есть ANR-компакт, $\dim X=n$. Тогда существуют компакт Y, $\dim Y=n$, удовлетворяющий условию (Δ), и CE-отображение $f:Y\to X$.*

Доказательство. В сепарабельном пространстве отображений D^{n-1} в X выберем счетное всюду плотное множество $\{\varphi_k^1\}$. Рассмотрим обратный спектр $\{Y_k^1,\ g_g^1\}$ с пространствами $Y_k^1=X\underset{\varphi_1^1}{\cup} D^n\cup\ldots\underset{\varphi_k^1}{\cup} D^n$, где D^n приклеивается с помощью φ_i^1 по основанию, и короткими проекциями $g_k^1:Y_k^1\to Y_{k-1}^1$, индуцированными отображениями φ_k^1. Легко видеть, что предел Y^1 спектра есть ANR-компакт, причем $\dim Y^1=n$.

Выберем теперь счетное всюду плотное множество $\{\varphi^2{}_k\}$ отображений D^{n-1} в компакт Y^1 и точно так же построим ANR-компакт Y^2. Действуя аналогичным образом, получим последовательность n-мерных ANR-компактов $Y^0=X$, Y^1, $Y^2\ldots$.

Рассмотрим обратный спектр $\{Y^k,\ f_{k-1}^k\}$ с короткими проекциями $f_{k-1}^k:Y^k\to Y^{k-1}$, индуцированными отображениями φ_i^k. Покажем, что предел Y спектра и проекция $f=f_0:Y\to Y^0=X$ удовлетворяют условиям теоремы.

Гомотопия диска на основание индуцирует гомотопию $g_t^k:Y^k\to Y^k$, $g_0^i=\mathrm{id}$, $\operatorname{Im} g_1^k=Y^{k-1}$. Тогда слои отображений f_{k-1}^k стягиваются при помощи g_t^k и, следовательно, f_{k-1}^k—CE-отображение. Нетрудно доказать, что Y есть ANR-компакт, $\dim Y=n$.

Покажем, что $Y\in DD^{n-1}P$, тогда из леммы 2 будет следовать, что $Y\in(\Delta)$. Рассмотрим произвольные отображения $f_1,\ f_2:D^{n-1}\to Y$ и произвольное $\varepsilon>0$. Нужно построить отображения $g_1,\ g_2:D^{n-1}\to Y$, такие, что $\operatorname{dist}(f_i,\ g_i)<\varepsilon$, $i=1,\ 2$, $\operatorname{Im} g_1\cap \operatorname{Im} g_2=\varnothing$. Отождествим $(Y^0\times Y^1\times\ldots\times Y^{N-1}\times \Pi Y^N)\cap Y$ с Y^N. Тогда, проектируя для достаточно большого N Y на Y^N, получим отображения $f_i':D^{n-1}\to Y^N$, $\operatorname{dist}(f_i',\ f_i)<\frac{\varepsilon}{4}$. Найдется отображение $\varphi_s^{N+1}:D^{n-1}\to Y^N$, такое, что $\operatorname{dist}(\varphi_s^{N+1},\ f_1')<\frac{\varepsilon}{4}$. Подняв φ_s^{N+1} в Y^{N+1}, обозначим новое отображение через g_1. Его можно выбрать так, чтобы $\operatorname{dist}(g_1, \varphi_s^{N+1}) < \frac{\varepsilon}{4}$. Полагая теперь $g_2 = f_2'$, получаем нужные отображения g_i.

Осталось доказать, что $f: Y \to X$ — CE-отображение. Достаточно показать, что слои f стягиваемы. Пусть $x \in X$ — произвольная точка, $f^{-1}x$ — ее прообраз. Используя определенные выше отображения $g_t{}^i$, строим гомотопию

$$f_t : f^{-1}x \to f^{-1}x,$$

$$f_t = \begin{cases} \mathrm{id}, \ t = 0; \\ \underbrace{\mathrm{id} \times \ldots \times \mathrm{id}}_{n} \times \prod\limits_{i=n}^{\infty} g^n_{n((n+1)t-1)}, \ \frac{1}{n+1} \leqslant t \leqslant \frac{1}{n}, \ n = 1, 2, \ldots, \end{cases}$$

где все отображения ограничены на $f^{-1}x$. Легко видеть, что $f_1(f^{-1}x) = x$.

Автор приносит глубокую благодарность Е. В. Щепину за постановку задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дранишников А. Н. О размерности произведения ANR-компактов//Докл. АН СССР. 1988. **300**, № 5. 1045—1049.
2. Борсук К. Теория ретрактов. М., 1971.
3. Дранишников А. Н., Щепин Е. В. Клеточноподобные отображения. Проблема повышения размерности//Успехи матем. наук. 1986. **41**, вып. 6. 49—90.
4. Daverman R. Detecting the disjoint disks property//Pacif. J. Math. 1981. **93**, N 2. 277—298.

Поступила в редакцию
10.04.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 1, МАТЕМАТИКА. МЕХАНИКА. 1993. № 2

УДК 532.5:532.135

В. Р. Душин

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ИНВАРИАНТНО-ГРУППОВОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ «СТЕПЕННОЙ» ЖИДКОСТИ

Рассмотрим систему уравнений движения несжимаемой вязкой жидкости со «степенной» зависимостью напряжений τ_{ij} от скоростей деформации e_{ij}, которая в декартовой системе координат имеет следующий вид:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0, \tag{1}$$

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2k \, |2e_{ij}e_{ji}|^{\frac{n-1}{2}} e_{ij}, \ i, \ j = 1 \div N,$$

где k, n — реологические константы, N — размерность физического пространства.

В работе [1] приведен пример инвариантно-группового решения уравнений (1), построенного на трехпараметрической подгруппе с инфинитезимальным оператором