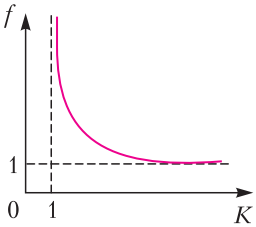


Рис. 5

вый мяч. А вот с зависимостью работы от параметра K, т.е. от площади «зеркала» бака, мы встречаемся нечасто. График функции $f(K) = \dfrac{K}{K-1}$ показан на рисунке 5. На бесконечном интервале $1 < K < +\infty$ эта функция убывает от $+\infty$ до 1.

Пусть бак с водой очень-очень узкий, чуть шире кубика, т.е. $K \to 1+0$. В этом случае работа по погружению кубика в воду очень велика. На большом озере, при $K \to +\infty$, эта работа оказывается наименьшей из всех возможных и равной работе силы тяжести жидкости, вытесненной кубиком. При этом считается, что уровень воды в озере не изменился.

Приобретенная потенциальная энергия возникла в результате работы переменной силы. То, что сила переменная, знаем из опыта: чтобы глубже погрузить плавающее на поверхности воды тело, надо приложить большую силу. Следовательно,

$$\int_0^x F_2(x)\,dx = \rho a^2 g \frac{K}{2(K-1)} x^2.$$

Дифференцируя, получаем

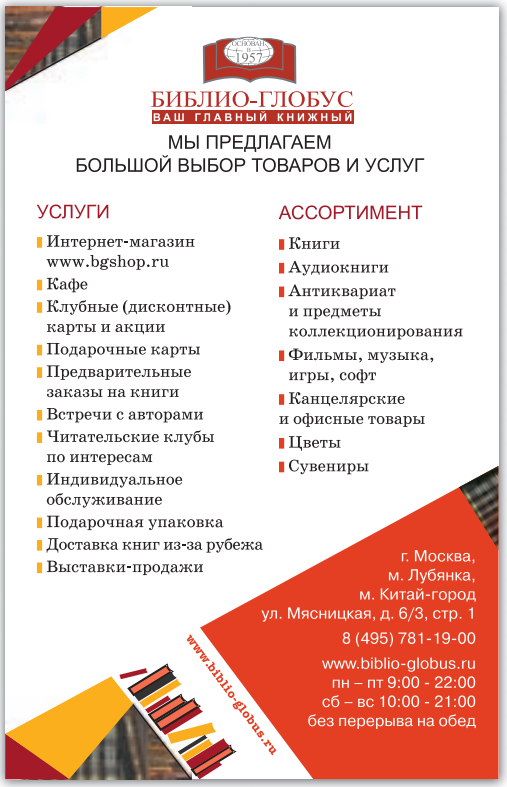
$$F_2(x) = \rho a^2 g \frac{K}{K-1} x.$$

Очевидно, что

$$F_2(x) = \rho a^2 g \frac{K}{K-1} x > F_1(x) = \rho a^2 g x.$$

Это неравенство означает, что во втором случае сила, необходимая для погружения кубика на глубину x от начального уровня, больше, чем в первом случае. Более того, эта требуемая сила может быть сколь угодно большой, если K достаточно близко к единице, т.е. если бак с водой достаточно узкий. Именно это обстоятельство используется при создании гидравлических машин, в частности гидравлических прессов. В этом случае получается такой парадоксальный результат. Пусть наш кубик – это «корабль», а бак с водой – это «море». Тогда на этом корабле можно разместить сколь угодно тяжелый груз и корабль не утонет. Для этого надо взять параметр K достаточно близким к единице. Только вот плыть такому кораблю некуда – он буквально зажат со всех сторон «морскими берегами».

В заключение еще раз вспомним глубину погружения кубика в воду $H_2 = \dfrac{K}{K-1} x$ и заметим, что на этой глубине на кубик действует сила

$$F_2(x) = \rho a^2 g H = \rho a^2 H \cdot g.$$

А это и есть сила Архимеда, равная весу воды, вытесненной кубиком. Подумайте, к какой части воды относится в данном случае прилагательное *вытесненная* и куда она *вытеснена*. Главная характеристика вытесненной воды – это ее объем, он всегда равен объему той части тела, которая находится в воде.