А. Ю. Пушников, Голоморфность CR-отображений в пространство большей размерности, *Матем. заметки*, 1990, том 48, выпуск 3, 147–149

$g \| \leqslant 1 + \varepsilon$, $x(g) = 1$. Определим $F \in B_{L(X)^*}$ и $A \in K(X)$ формулами $F(B) = f(B^{**}x)$, $B \in L(X)$, и $Az = g(z)y$, $z \in X$. Поскольку $\|A\| \leqslant \leqslant 1 + \varepsilon$ и $A^{**}x = y$, то $1 + \varepsilon \geqslant \overline{\lim}_\alpha |F(T_\alpha A + T^\alpha I)| = \overline{\lim}_\alpha |f(T_\alpha^{**}y + T^{\alpha**}x)|$, откуда вытекает (2). По теореме 1 пространство X есть M-идеал в X^{**}.

Тартусский государственный университет

Поступило 13.03.90

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Saatkamp K. // Math. Z. 1978. V. 158. P. 235—263. 2. Harmand P., Lima Å. // Trans. Amer. Math. Soc. 1984. V. 283, N 1. P. 253—264. 3. Cho C. M., Johnson W. B. // J. Oper. Theory. 1986. V. 16, N 2. P. 245—260. 4. Oja E. // C. R. Acad. Sci. Paris. 1989. T. 309, sér. I. P. 983—986. 5. Оя Э. Ф. // Математические заметки. 1988. Т. 43, вып. 2. С. 237—246. 6. Оя Э. Ф. // Уч. зап. Тартуск. ун-та. 1989. Вып. 846. С. 41—49. 7. Оя Э. Ф. // Изв. АН ЭССР. Сер. физ.-мат. 1984. Т. 33, № 4. С. 424—438. 8. Lima Å. // Indiana Univ. Math. J. 1982. V. 31, N 1. P. 27—36.

ГОЛОМОРФНОСТЬ CR-ОТОБРАЖЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВО БОЛЬШЕЙ РАЗМЕРНОСТИ

А. Ю. Пушников

ТЕОРЕМА. *Пусть* $M_1 \subset U \subset \mathbf{C}^n$ $(n \geqslant 2)$ — *вещественно-аналитическая гиперповерхность с невырожденной формой Леви в области* U *пространства* $\mathbf{C}^n$; $M_2 \subset \mathbf{C}^N$ — *общее множество нулей некоторого числа вещественных полиномов, причем* M_2 *не содержит никаких голоморфных кривых*; $f\colon M_1 \to M_2$ — *CR-отображение класса* C^∞. *Тогда* f *голоморфно в окрестности* M_1.

Следствие. *Пусть* $D_1 \subset \mathbf{C}^n$ $(n \geqslant 2)$ — *область с вещественно-аналитической границей, форма Леви которой невырождена*; $D_2 \subset \mathbf{C}^N$ $(N \geqslant \geqslant n)$ — *область с алгебраической границей, не содержащей никаких голоморфных кривых*; $f\colon D_1 \to D_2$ — *собственное голоморфное отображение класса* $C^\infty(\overline{D}_1)$. *Тогда* f *продолжается голоморфно в окрестность* $\overline{D}_1$.

Доказательство теоремы. В силу невырожденности формы Леви M_1 можно считать, что f является граничными значениями отображения, голоморфного в области $D = \{z \in U\colon \rho(z, \bar z) < 0\}$, где $\rho(z, \bar z)$ — определяющая функция M_1.

Будем говорить, что f продолжается как алгеброидное отображение в окрестность M_1, если в $D \cup M_1$ каждая компонента f_i удовлетворяет некоторому уравнению

$$F_i(z, f_i) = \sum\nolimits_{k=0}^{p_i} a_k^i(z)(f_i)^k = 0, \tag{1}$$

где a_k^i голоморфны в окрестности M_1.

ЛЕММА 1. *Если в условиях теоремы* f *продолжается алгеброидно в окрестности* M_1, *то* f *голоморфно в окрестности* M_1.

Данная лемма сформулирована и доказана в [1] для случая $n = N$. На случай произвольного N доказательство переносится автоматически.

С учетом леммы 1 достаточно показать алгеброидность в окрестности M_1.

Пусть $P_l(\omega, \bar\omega)$, $l \in L$ — полиномы, определяющие M_2. Для $z \in M_1$ выполняются равенства

$$P_l(f(z), \overline{f(z)}) = 0, \qquad l \in L. \tag{2}$$

Пусть $m \geqslant 0$ — максимальное целое число, такое что с точностью до перенумерации компонент отображения f первые m компонент $f_1, \ldots, f_m$

алгебраичны над $O(M_1)[f']$, кольцом многочленов относительно $f' = (f_{m+1}, \ldots, f_N)$, с коэффициентами, голоморфными в окрестности M_1. Это означает, что для $z \in M_1$ выполняются равенства

$$F_i(z, f', f_i) = \sum_{k=0}^{p_i} a_k^i(z, f')(f_i)^k = 0, \tag{3}$$

где $i = 1, \ldots, m$, $a_k^i \in O(M_1)[f']$.

Заметим, что найдется a_k, не тождественный 0 на M_1, иначе это противоречило бы максимальности m.

Для доказательства теоремы достаточно показать, что $m = N$. Вместе с равенствами (3) рассмотрим им сопряженные

$$\bar{F}_i(\bar{z}, \bar{f}', \bar{f}_i) = \overline{F_i(z, f', f_i)} = 0 \tag{4}$$

Фиксируем произвольное $l \in L$. Добавим к уравнению (2) уравнения (3), (4) и, последовательно применяя результант двух многочленов, исключим из полученной системы переменные f_i и $\bar{f}_i$ $(i = 1, \ldots, m)$. Для $z \in M_1$ получим равенства

$$Q_l = \sum_{|I|, |J| \leq M} Q_{IJ}^l(z, \bar{z})(f')^I(\bar{f}')^J = 0. \tag{5}$$

Здесь $Q_{IJ}^l(z, \bar{z})$ — вещественно-аналитичны в окрестности M_1.

Условие, что M_2 не содержит голоморфных кривых, гарантирует, что найдется номер $l_0 \in L$, для которого в (5) не все коэффициенты $Q_{IJ}^{l_0}$ тождественно равны 0 на M_1. Представим соответстьующий многочлен Q_{l_0} в виде

$$Q_{l_0} = \sum_{|I| \leq M} Q_I(z, \bar{z}, f')(\bar{f}')^I = 0. \tag{6}$$

Подействуем на уравнение (6) касательными CR-операторами

$$T^\nu = \frac{\partial \rho}{\partial z_n} \cdot \frac{\partial}{\partial z_\nu} - \frac{\partial \rho}{\partial z_\nu} \cdot \frac{\partial}{\partial z_n} \qquad (\nu = 1, \ldots, n-1),$$

действующими на M_1. Получим уравнения

$$\sum_{|I| \leq M} T^\nu Q_I(\bar{f}')^I = 0, \quad z \in M_1. \tag{7}$$

Далее возможно несколько случаев.

Если не все $T^\nu Q_I$ тождественные нули на M_1, но среди коэффициентов при старших членах найдутся тождественно равные нулю на M_1, то это значит, что в разложении (7) удалось понизить число старших членов по сравнению с (6). Повторно применяя операторы T^ν понижаем степень дальше

ЛЕММА 2. [2, лемма 6.8] *Пусть h — функция, являющаяся отношением двух многочленов от компонент f_i и $T^{\nu_1} \circ \ldots \circ T^{\nu_k} f_i$ с коэффициентами, голоморфными в окрестности M_1. Если $T^\nu h = 0$ там, где эта функция определена, то h антимероморфно в окрестности M_1.*

Если в (7) ни один из коэффициентов при старших членах не обращается в 0, то рассмотрим равенства

$$\sum_{|I| \leq M} P_I^\nu(\bar{f}')^I = \sum_{|I| \leq M} (T^\nu Q_I \cdot Q_{I_0} - T^\nu Q_{I_0} \cdot Q_I)(\bar{f}')^I = 0,$$

где Q_{I_0} — фиксированный коэффициент при каком-либо старшем члене. Если все $P_I^\nu = 0$ на M_1, то по лемме 2 коэффициенты в равенстве

$$\sum_{|I| \leq M} (Q_I / Q_{I_0})(\bar{f}')^I = 0$$

оказываются антимероморфными в окрестности M_1. В противном случае удалось понизить число старших членов. Таким образом, через конечное число шагов оказывается, что f_{m+1} алгебраично над $O(M_1)[f_{m+2}, \ldots, f_N]$, что противоречит максимальности m.

Автор благодарит Пинчука С. И. за внимание к работе.

Башкирский государственный университет

Поступило 10.06.89

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bedford E., Bell S. // Manuscripta Math. 1985. V. 50. P. 1—10.
2. Пинчук С. И. Аналитическое продолжение голоморфных отображений и задачи голоморфной классификации многомерных областей: Дис. ... докт. физ.-мат. наук. Челябинск, 1979.

О РАЗЛОЖЕНИИ РЕГУЛЯРНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ С ДВУМЯ ОБРАЗУЮЩИМИ

С. П. Струнков

Понятие образующих — одно из старейших в теории групп, но в то же время часто естественные вопросы, связанные с этим понятием, оказываются в числе самых трудных. Основная причина этого заключается в том, что сам по себе один факт, что данная группа порождена n или даже двумя образующими, имеет мало следствий (для неабелевых групп).

В настоящей работе получена некоторая информация о строении обыкновенного регулярного представления R конечной группы G, порожденной двумя образующими, порядки которых больше двух. Можно получить аналогичные результаты и для групп более чем с двумя образующими, но соответствующие соотношения для них менее обозримы, чем для рассматриваемых здесь групп.

ТЕОРЕМА. *Если конечная группа* $G = \langle a, b\rangle$, *причем* $|a| > 2$, $|b| > 2$, *то* $R + 1_G + 1_G = 1^G_{\langle a\rangle} + 1^G_{\langle b\rangle} + 1^G_{\langle ab\rangle} + T$, *где* T — *некоторое представление* G (T *может отсутствовать*).

Доказательство. Вначале пусть $|ab| > 2$, $a \neq b$, $a \neq b^{-1}$. Введем на G структуру замкнутой поверхности. Для этого будем считать элементы группы G основными вершинами (или нульмерными симплексами). Соединим вершины g_i и g_j группы G ребром, если $g_i^{-1}g_j = a, b, ab, a^{-1}, b^{-1}$ или $(ab)^{-1}$. Для каждого $g \in G$ объявим следующие множества элементов группы G многоугольниками:

$$M_a(g) = \{g, ga, ga^2, \ldots, ga^{|a|-1}\},$$

$$M_b(g) = \{g, gb, gb^2, \ldots, gb^{|b|-1}\},$$

$$M_{ab}(g) = \{g, gab, g(ab)^2, \ldots, g(ab)^{|ab|-1}\},$$

$$M_3(g) = \{g, ga, gab\}.$$

Многоугольники первых трех типов мы будем называть монохромными, имеющими вместе со своими ребрами окраску соответственно a, b и ab.

Заметим, что к любому ребру примыкают в точности два многоугольника. Действительно, к ребру (g_i, g_j) при $g_i^{-1}g_j = a$ примыкают только $M_a(g_i)$ и $M_3(g_i)$, ребро (g_i, g_j) при $g_i^{-1}g_j = b$ имеют своей стороной только многоугольники $M_b(g_i)$ и $M_3(g_ia^{-1})$. Все другие случаи рассматриваются аналогично. Таким образом, построенная система многоугольников представляет