Abstracts of talks given at the 7th International Conference on Stochastic Methods, I, *Teor. Veroyatnost. i Primenen.*, 2022, Volume 67, Issue 4, 819–836

DOI: 10.4213/tvp5585

Том 67 **ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ 2022** **Выпуск 4**

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ НА СЕДЬМОЙ МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ ПО СТОХАСТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ. I[1)]

Со 2 по 9 июня 2022 г. состоялась 7-я Международная конференция по стохастическим методам (МКСМ-7). Она проходила в поселке "Дивноморское" (г. Геленджик) в спортивно-оздоровительном комплексе "Радуга" Донского государственного технического университета. Организаторами нынешней конференции стали: Математический институт им. В. А. Стеклова РАН (МЦМУ РАН; отдел теории вероятностей и математической статистики); Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова (кафедра теории вероятностей); Национальный комитет Общества Бернулли по математической статистике, теории вероятностей, комбинаторике и их применениям; Донской государственный технический университет (кафедра "Высшая математика"). Работой МКСМ-7 дистанционно руководил председатель Оргкомитета и Программного комитета академик РАН А. Н. Ширяев.

В МКСМ-7 наряду с известными российскими учеными приняли участие представители Франции, Португалии, Таджикистана. Российские участники были представлены следующими городами: Великий Новгород, Воронеж, Зерноград, Калуга, Кизил, Майкоп, Москва, Нижний Новгород, Ростов-на-Дону, Самара, Санкт-Петербург, Сочи, Сыктывкар, Таганрог, Томск, Тюмень, Уфа, Челябинск. Работала специальная секция, в которой делали доклады молодые ученые: аспиранты, магистранты и студенты. Всего было сделано 29 пленарных и 36 секционных докладов.

Успешной работе конференции в очень большой степени способствовала финансовая поддержка, оказанная Математическим центром мирового уровня "Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук" (МЦМУ МИАН), Россия.

Открывая работу конференции, зам. председателя Оргкомитета И. В. Павлов зачитал следующее приветственное послание Альберта Николаевича Ширяева участникам конференции.

Дорогие коллеги!

Наши ростовские вероятностники, несмотря на многочисленные сложности, сумели собрать всех вас в этом замечательном черноморском городе на

[1)] Часть II будет опубликована в следующем выпуске журнала: ТВП, **68**:1 (2023).

DOI: https://doi.org/10.4213/tvp5585

7-ю Международную конференцию по стохастическим методам. Это, в сущности, в последнее время единственная большая конференция по теории вероятностей, математической статистике и их применениям.

Все мы знаем, что классическая теория вероятностей связана, главным образом, с предельными теоремами типа закона больших чисел, центральной предельной теоремой, теоремой Пуассона. Эта тематика и сейчас в теории вероятностей занимает достойное место и представлена на нашей конференции. Предельные теоремы играют важную роль в теории вероятностей как связующее звено, скажем, моделей с дискретным и непрерывным временем, как феномен, раскрывающий смысл самого понятия вероятности.

Большое число докладов на конференции посвящено приложениям теории вероятностей и математической статистики, что соответствует и самому названию конференции как конференции по стохастическим методам. В прошлом году, несмотря на пандемию, мы успешно провели 6*-ю конференцию (в ZOOM'е) в Москве. Участвовали представители* 5 *континентов, было сделано* 47 *докладов. Эта конференция была посвящена* 200*-летию со дня рождения нашего замечательного математика Пафнутия Львовича Чебышёва. Число работ Чебышёва по теории вероятностей невелико — всего лишь четыре. Но все они сыграли определяющую роль в становлении и развитии теории вероятностей.*

В этом году в июле должна была состояться 33*-я Европейская конференция по статистике в широком понимании слова "статистика", включая, главным образом, ее экономические аспекты. Должен был пройти и Всемирный конгресс математиков в Санкт-Петербурге. К сожалению, эти мероприятия не состоялись. Мы надеемся, что в будущем обычные контакты с зарубежными коллегами продолжатся и у нас будет, например, возможность побывать в июле* 2023 *г. на* 43*-й конференции по стохастическим процессам и их применениям, которая должна пройти в Португалии, в Лиссабоне. В советское время мы активно участвовали в организации международной научной жизни. Достаточно упомянуть Советско-Японские симпозиумы, первый Всемирный конгресс общества Бернулли в Ташкенте в* 1986 *г. Хочется надеяться, что, беря пример с наших ростовских коллег, найдется молодежь, которая организовала бы конференции молодых исследователей. Сейчас очень не хватает у нас мероприятий типа летних школ.*

Следующий год будет ознаменован 120*-летием со дня рождения Андрея Николаевича Колмогорова, и мы должны достойно провести нашу* 8*-ю конференцию, посвященную этой дате. Мы были бы благодарны за советы, предложения и помощь.*

Остается пожелать всем успешной работы, ну и, конечно, побольше солнечных дней в этом прекрасном черноморском месте.

А. Н. Ширяев, И. В. Павлов, П. А. Яськов, Т. А. Волосатова

Ниже публикуются тезисы докладов и сообщений участников конференции.

Афанасьев В. И. (Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук, Москва, Россия)**. О локальных временах условных случайных блужданий**[1]**.**

Пусть $X_1, X_2, \dots$ — независимые случайные величины, имеющие одинаковое арифметическое распределением с максимальным шагом 1, причем $\mathbf{E}X_1 = 0$, $\mathbf{E}X_1^2 := \sigma^2 \in (0, +\infty)$. Положим $S_0 = 0$, $S_i = \sum_{j=1}^{i} X_j$, $i \in \mathbf{N}$. Пусть $T = \min\{i > 0\colon S_i \leqslant 0\}$. Введем *остановленное случайное блуждание*: $\widetilde{S}_i = S_i$ при $i < T$ и $\widetilde{S}_i = 0$ при $i \geqslant T$. Положим $\widetilde{\xi}(k) = |\{i \geqslant 0\colon \widetilde{S}_i = k\}|$.

Пусть $\{W^+(t),\, t \geqslant 0\}$ — броуновская извилина и $l^+(u)$ — ее локальное время, т.е. $l^+(u) = \lim_{\varepsilon \to 0} \varepsilon^{-1} \int_0^{+\infty} I_{[u, u+\varepsilon]}(W^+(s))\, ds$ при $u > 0$.

Теорема 1. *При* $n \to \infty$

$$\left\{ \frac{\sigma \widetilde{\xi}(\lfloor u\sigma\sqrt{n} \rfloor)}{\sqrt{n}},\, u \geqslant 0 \,\middle|\, T > n \right\} \to \{l^+(u),\, u \geqslant 0\},$$

где символ $\to$ *означает сходимость по распределению в пространстве* $D[0, +\infty)$ *с топологией Скорохода.*

Пусть $\{W_0^{\uparrow}(t),\, t \geqslant 0\}$ — броуновский прыжок в высоту и $l_0^{\uparrow}(u)$ — его локальное время, т.е. $l_0^{\uparrow}(u) = \lim_{\varepsilon \to 0} \varepsilon^{-1} \int_0^{+\infty} I_{[u, u+\varepsilon]}(W_0^{\uparrow}(s))\, ds$ при $u > 0$. Положим $T_x = \min\{i \in \mathbf{N}\colon \widetilde{S}_i > x\}$ при $x > 0$.

Теорема 2. *При* $n \to \infty$

$$\left\{ \frac{\sigma^2 \widetilde{\xi}(\lfloor un \rfloor)}{n},\, u \geqslant 0 \,\middle|\, T_n < +\infty \right\} \to \{l_0^{\uparrow}(u),\, u \geqslant 0\}.$$

Афанасьева Л. Г. (МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия)**, Баштова Е. Е.** (МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия)**. Асимптотический анализ систем с орбитой при регенерирующем входящем потоке**[2]**.**

Мы рассматриваем m-канальную систему обслуживания. Времена обслуживания $\{\eta_i\}_{i=1}^{\infty}$ на каждом приборе — н.о.р.с.в. Если в момент поступления требования есть хотя бы один свободный прибор, то требование немедленно начинает обслуживаться. Если же все приборы заняты, то оно отправляется на так называемую орбиту, откуда повторяет попытки попасть на обслуживание. Мы изучаем процесс $Q(t)$ — число требований в системе. Предполагаем, что входящий поток $X(\,\cdot\,)$ является регенерирующим с периодами регенерации $\{\tau_i\}_{i=1}^{\infty}$ и приращениями за период регенерации $\{\xi_i\}_{i=1}^{\infty}$. Когда на орбите находятся j требований, запросы с нее поступают в соответствии с пуассоновским потоком интенсивности $\nu(j)$. В работе [1] получены условия эргодичности таких систем. В докладе доказывается следующая теорема для перегруженных систем.

Теорема. *Пусть* $\rho_I = \lambda b/m > 1$, $\mathbf{E}\tau_i^r < \infty$, $\mathbf{E}\xi_i^r < \infty$, $\mathbf{E}\eta_i^r < \infty$ *для некоторого* $r > 2$ *и* $j^{-1+1/r}\nu(j) \to \infty$ *при* $j \to \infty$. *Тогда существует стандартный винеровский процесс* W *такой, что п.н.* $\sup_{0 \leqslant u \leqslant t} \|Q(u) - (\rho_I - 1)u - \sigma_I W(u)\| = o(t^{1/r})$, *где* $\sigma_I^2 = \sigma_X^2 + m\sigma_S^2$.

[1] Работа выполнена в МЦМУ МИАН при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 075-15-2019-1614).

[2] Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-01-00487).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Л. Г. Афанасьева, “Условия стабильности системы с повторными вызовами при регенерирующем входящем потоке”, *Фундамент. и прикл. матем.*, **22**:3 (2018), 5–18; англ. пер.: L. G. Afanaseva, “Stability conditions for retrial queueing systems with regenerative input flow”, *J. Math. Sci.* (*N. Y.*), **254**:4 (2021), 446–455.

Алымова Е. В. (Российская таможенная академия, Ростов-на-Дону, Россия). **Программная реализация и статистическая оценка эквивалентности моделей классификации символов латинского алфавита на основе импульсной и сверточной нейронных сетей.**

Ставится задача распознавания 62 печатных символов латинского алфавита сверточной [1] и импульсной [2] нейронными сетями. Сформировано 62 набора из 983 изображений 128×128 точек: 26 букв (в обоих регистрах) и 10 цифр.

СНС реализована на основе библиотеки Tensorflow, содержит 9 слоев и 97278 тренируемых параметров. В среднем распознается правильно 89 символов из 100, т.е. точность распознавания достигает 89%. Выделены множества символов, в рамках которых символ считается принадлежащим одному классу: $\{\mathrm{i}, \mathrm{l}, \mathrm{j}, 1\}$, $\{\mathrm{g}, 9\}$, $\{\mathrm{c}, \mathrm{C}\}$, $\{\mathrm{p}, \mathrm{P}\}$, $\{\mathrm{o}, 0, \mathrm{O}\}$. После этого СНС в среднем распознает 93 символа из 100, т.е. имеет точность распознавания 93%.

ИмНС реализована с помощью инструмента NengoDL. С введенным объединением классов ИмНС в среднем распознает 91 символ из 100, т.е. имеет точность распознавания в среднем 91%.

Теорема. *Модель классификации символов латинского алфавита на основе ИмНС при значениях* $\chi^2 = 2.4671$, $P_{\mathrm{value}} = 0.07437$ *теста Мак-Немара и* 5%*-м уровне значимости согласуется с моделью классификации на основе СНС.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. Tripathi, “Analysis of convolutional neural network based image classification techniques”, *J. Innovative Image Processing* (*JIIP*), **3**:2 (2021), 100–117.
2. J. D. Victor, K. P. Purpura, “Metric-space analysis of spike trains: theory, algorithms and application”, *Network*, **8**:2 (1997), 127–164.

Атаян А. М. (Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия). **Расчет времени работы вычислительной системы на основе регрессионного анализа**[3]**.**

Для увеличения точности математических моделей, связанных с решением задач гидрофизики, в них необходимо включить факторы, оказывающие значительное влияние на протекающие процессы [1]. Расчет данных на многопроцессорной вычислительной системе позволяет в значительной мере сократить время вычислений. Однако эффективность времени работы вычислительной системы не всегда может быть ожидаемой. В этом случае корректно провести

[3] Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-31-90105).

теоретический анализ расчета времени вычислений на основе регрессионного анализа.

Теорема. *Рассматривается модель множественной регрессии. Вектор t_i — итоговое время работы вычислительной системы (в секундах), векторы n_i, k_i — объясняющие факторы: объем передаваемых данных и количество используемых вычислительных узлов. Для времени латентности имеет место формула:*

$$t_i = \begin{cases} 5.21 \cdot 10^{-6} + 1.53 \cdot 10^{-7} k_i, & n_i \leqslant 512, \\ 6.733 \cdot 10^{-6} k_i, & n_i > 512, \end{cases} \qquad \text{где} \quad i = 1, 2, \ldots, p.$$

Время передачи одного данного $t_x = 3.3 \cdot 10^{-9}$ с.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. И. Сухинов, А. Е. Чистяков, А. В. Шишеня, Е. Ф. Тимофеева, “Предсказательное моделирование прибрежных гидрофизических процессов на многопроцессорной системе с использованием явных схем”, *Матем. моделирование*, **30**:3 (2018), 83–100; англ. пер.: A. I. Sukhinov, A. E. Chistyakov, A. V. Shishenya, E. F. Timofeeva, “Predictive modeling of coastal hydrophysical processes in multiple-processor systems based on explicit schemes”, *Math. Models Comput. Simul.*, **10**:5 (2018), 648–658.

Баштова Е. Е. (МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия)**. О сильной аппроксимации некоторых типов случайных полетов**[4)]**.**

Пусть $\varepsilon = \{\varepsilon_n,\, n \geqslant 0\}$ — н.о.р. случайные векторы на единичной сфере в $\mathbf{R}^k$, а $\{T_n,\, n \geqslant 0\}$ — возрастающая последовательность случайных величин, не зависящая от ε $(T_0 = 0)$. Случайным полетом [3] называется непрерывный случайный процесс $X = \{X(t),\, t \geqslant 0\}$, траектория которого на участке $[T_{n-1}, T_n]$ $(n \geqslant 1)$ линейна и ее направление задается реализацией случайного вектора ε_n, $\mathbf{E}\varepsilon_1 = 0$, $\mathbf{D}\varepsilon_1 = \sigma_\varepsilon^2$. Пусть $N(t) = \min\{n \geqslant 0 \colon T_n > t\}$, $t \geqslant 0$.

Теорема. *Пусть $N(t)$ является регенерирующим потоком [1], [2]. Если $\mathbf{E}e^{p\tau_i} < \infty$ для некоторого $p > 0$, то на одном вероятностном пространстве можно задать процесс X и d-мерный винеровский процесс $\{W_t,\, t \geqslant 0\}$ так, что для всех $t \geqslant 1$, $x > 0$ и некоторых констант $a, b, c > 0$ выполняется неравенство*

$$\mathbf{P}\Bigl(\sup_{u \leqslant t} |X(u) - \sigma_\varepsilon \sqrt{\mathbf{E}\tau_1}\, W(u)| > a \ln t + x\Bigr) \leqslant b e^{-cx}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. L. G. Afanasyeva, E. E. Bashtova, “Coupling method for asymptotic analysis of queues with regenerative input and unreliable server”, *Queueing Syst.*, **76**:2 (2014), 125–147.
2. E. Bashtova, A. Shashkin, “Strong Gaussian approximation for cumulative processes”, *Stochastic Process. Appl.*, **150** (2022), 1–18.

[4)] Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-01-00487).

3. Y. Davydov, V. Konakov, “Random walks in nonhomogeneous Poisson environment”, *Modern problems of stochastic analysis and statistics*, Springer Proc. Math. Stat., **208**, Springer, Cham, 2017, 3–24.

Бекназарян А. Ф. (ТюмГУ, Тюмень, Россия)**, Санг Х.** (Миссисипский университет, Оксфорд, США)**, Шиао Й.** (Университет штата Мичиган, Ленсинг, США)**. Об умеренных уклонениях типа Крамера для случайных полей.**

Пусть $\{X_{nj},\ n\in\mathbf{N},\ j\in\mathbf{Z}^d\}$ — случайное поле с нулевыми средними и для каждого n кумулянт-производящие функции $L_{nj}(z)=\ln\mathbf{E}e^{zX_{nj}}$ случайных величин X_{nj}, $j\in\mathbf{Z}^d$, аналитичны в круге $|z|<H_n$, в котором $|L_{nj}(z)|\leqslant c_{nj}$. Предположим, что X_{nj}, $j\in\mathbf{Z}^d$, независимы для каждого $n\in\mathbf{N}$ и величины $S_n=\sum_{j\in\mathbf{Z}^d}X_{nj}$, $B_n=\sum_{j\in\mathbf{Z}^d}\mathbf{D}X_{nj}$, $C_n=\sum_{j\in\mathbf{Z}^d}c_{nj}$ и $F_n(x)=\mathbf{P}(S_n<x\sqrt{B_n}\,)$ корректно определены и конечны, причем $B_nH_n^2\to\infty$ и $C_n=O(B_nH_n^2)$. Пусть $\Phi(x)$ — функция распределения стандартной нормальной с.в. В настоящей работе доказывается следующая теорема, обобщающая результаты работ [1], [2].

Теорема. *Пусть $x\geqslant 0$ и $x=o(H_n\sqrt{B_n}\,)$. Тогда*

$$\frac{1-F_n(x)}{1-\Phi(x)}=\exp\biggl\{\frac{x^3}{H_n\sqrt{B_n}}\,\lambda_n\biggl(\frac{x}{H_n\sqrt{B_n}}\biggr)\biggr\}\biggl(1+O\biggl(\frac{x+1}{H_n\sqrt{B_n}}\biggr)\biggr),$$

где $\lambda_n(t)$ — степенной ряд, сходящийся при достаточно малых значениях $|t|$ равномерно для всех n.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. H. Cramér, “Sur un nouveau théorème-limite de la théorie des probabilités”, *Les sommes et les fonctions de variables aléatoires*, Actualités Sci. Indust., **736**, Hermann & Cie, Paris, 1938, 5–23.
2. В. В. Петров, “Обобщение предельной теоремы Крамера”, *УМН*, **9**:4(62) (1954), 195–202.

Белявский Г. И., Данилова Н. В., Угольницкий Г. А. (Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия)**. Игровая модель управления портфелем инвестиций.**

Задача об оптимальном портфеле рассматривается как N-раундовая стохастическая игра Штакельберга между двумя игроками, один из которых занимается инвестициями (паевой инвестиционный фонд — ПИФ), другой выделяет на это средства (агент). Ведущий игрок (ПИФ) формирует портфель Z и стимулирует поступление средств от агента, обеспечивая ему доходность K, превосходящую известную величину g с вероятностью $P(Z)$. Оптимальная стратегия агента для вероятности $P(Z)$ портфеля Z — бинарная смешанная стратегия $x(Z)$ с распределением вероятностей $\mathbf{P}(x(Z)=1)=P(Z)$ и $\mathbf{P}(x(Z)=0)=1-P(Z)$. Таким образом, равновесие Штакельберга в этой игре достигается на $\langle Z^*,x(Z^*)\rangle$. Здесь Z^* — решение оптимизационной задачи $\max_{(Z,I)=1}P(Z)$. Для того чтобы достигнуть равновесия Штакельберга, и ПИФ, и агент опираются на обучение в реальном времени, решая следующие задачи стохастического программирования. Задача ПИФа заключается в вычислении величины

$\min_{(Z,I)=1} \mathbf{E}_R(g+1-\alpha(Z,R))^+$, где $\alpha \in (0,1)$ — вектор доходностей активов, при этом ПИФ наблюдает за последовательностью векторов доходностей. Агент вычисляет $\min \mathbf{E}_\delta(\delta - y)^2$, наблюдая за последовательностью $\delta_i = I_{\{K_i \geqslant g\}}$. Используется следующее утверждение: $\mathbf{E}_\xi(g+1-\xi)^+ \geqslant \mathbf{P}(\xi \leqslant g)$.

Белопольская Я. И. (Университет "Сириус", Сочи, Россия; ПОМИ РАН, Санкт-Петербург, Россия)**. Вероятностное представление решения задачи Коши–Робина для системы нелинейных параболических уравнений**[5]**.**

В работе доказывается утверждение, обобщающее результат, полученный нами ранее для случая $d_1 = 1$.

Теорема. *Пусть $A_q \in \mathbf{R}^d \otimes \mathbf{R}^d$, $c_q \in \mathbf{R}$ — ограниченные гладкие функции, $A_q(t,x,u) = \int_{\mathbf{R}^d_+} \sum_{m=1}^{d_1} A_{qm}(x-y) u_m(t,y)\,dy$, ρ — молифайер, ξ_{0q} — независимые с.в., не зависящие от независимых винеровских процессов $w_q(t) \in \mathbf{R}^d$. Тогда существует единственное решение $(\xi_q(t), k_q(t), u_q(t,y))$ системы*

$$\xi_q(t) + k_q(t) = \xi_{0q} + \int_0^t A_q(s, \xi_q(s), u)\,dw_q(s), \qquad \mathbf{P}\{\xi_{0q} \in dy\} = u_q(0,y)\,dy,$$

$$k_q(t) = \int_0^t n(\xi_q(s))\,d|k_q|(s), \qquad |k_q|(t) = \int_0^t I_{\partial G}(\xi_q(s))\,d|k_q|(s),$$

$$u_q(t,y) = \mathbf{E}\biggl[\rho(y - \xi_q(t)) \exp\biggl\{\int_0^t c_q(s, \xi_q(s), u)\,ds\biggr\}\biggr], \qquad q = 1, \ldots, d_1,$$

и $v_q(t,y) = \int_G \rho(y-x) u_q(t,x)\,dx$ удовлетворяют в слабом смысле задаче

$$\frac{\partial v_q}{\partial t} = \frac{1}{2} \operatorname{Tr} \nabla^2 [(A_q A_q^*)(y,v) v_q(t)] + c_q(y,v) v_q(t,y), \qquad y \in G = \mathbf{R}^d_+,$$

$$v_q(0,y) = v_{0q}(y), \quad y \in G, \qquad \sum_{k=1}^d \nabla_{y_k} [(A_q A_q^*)(y,v) v_q] n_k(y) = 0, \quad y \in \partial G.$$

Бондаренко Д. В. (Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия)**, Никитина А. В.** (Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия)**. Оценка эффективности работы эвристических методов оптимизации при случайном распределении входных данных**[6]**.**

В настоящем исследовании с использованием введенной в [1] функции концентрации загрязняющих веществ (ЗВ) в водоеме доказывается следующая теорема.

Теорема. *Пусть функция концентрации ЗВ в водоеме имеет вид*

$$C(x,y) = \begin{cases} \sin \dfrac{\pi(x-10)}{10} \sin \dfrac{\pi(y-10)}{10}, & (x,y) \in D, \\ 0, & (x,y) \notin D, \end{cases}$$

$$D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \colon x \in [10,20],\ y \in [10,20]\}.$$

[5] Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 22-21-00016).

[6] Исследование выполнено при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации в рамках научного проекта № MD-3624.2021.1.1.

Тогда, используя эвристический метод гармонического поиска при случайном распределении входных данных, получим точку глобального максимума: $(15.00057081044254, 14.9991222560702)$ *со значением функции* 0.99999994590178. *Время выполнения составило* 0.496674 *секунд при условии, что параметр ограничения количества импровизаций в итеративной части полагался равным* 10000, *а параметр ограничения количества гармоник, которые могут находиться в памяти, полагался равным* 100. *Вероятность выбора из гармоник памяти,* p_c, *равна* 0.8, *а вероятность модификации,* p_m, *равна* 0.1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. М. Атаян, А. В. Никитина, А. И. Сухинов, А. Е. Чистяков, “Математическое моделирование опасных явлений природного характера в мелководном водоеме”, *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, **62**:2 (2022), 270–288; англ. пер.: A. M. Atayan, A. V. Nikitina, A. I. Sukhinov, A. E. Chistyakov, “Mathematical modeling of hazardous natural phenomena in a shallow basin”, *Comput. Math. Math. Phys.*, **62**:2 (2022), 269–286.

Чистяков А. Е. (Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия)**, Кузнецова И. Ю.** (Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия). **Оценка устойчивости уравнения для расчета давления, учитывающего время столкновения молекул среды[7].**

В данной работе рассматривается подход к построению математической модели гидродинамики, основанный на связи между кинетическим и гидродинамическим описанием сплошной среды. Согласно [1] в случае пространственно-одномерного слоя на n-м временном шаге в каждой i-й пространственной ячейке существует постоянное локально-максвелловское распределение $f_{0i} = \rho_i \exp\{-(\zeta - U_i)/(2RP_i)\}/(2RP_i)^{3/2}$, где ρ_i — плотность вещества, R — газовая постоянная, P_i — давление, ζ — скорость молекулы, U_i — макроскопическая скорость. При решении задач гидродинамики уравнение неразрывности может быть дополнено слагаемым $\tau^* \rho''_{tt}$, возникающим при учете задержки передачи импульса в случае представления времени столкновения молекул дискретной функцией [1], где $\tau^* \sim h/c$ — параметр регуляризации, или характерное время между столкновениями молекул, h — шаг расчетной сетки, c — скорость звука.

Теорема. *Неявная разностная схема, аппроксимирующая однородное уравнение для расчета давления* $P''_{tt}/c^2 - \Delta P = -(\rho'_t + \nabla(\rho\widetilde{\mathbf{V}}))/\tau$, *где* τ *— шаг по времени,* $\widetilde{\mathbf{V}}$ *— промежуточное поле скорости, рассчитанное без учета давления, является абсолютно устойчивой и обладает первым порядком точности.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б. Н. Четверушкин, “Пределы детализации и формулировка моделей уравнений сплошных сред”, *Матем. моделирование*, **24**:11 (2012), 33–52; англ. пер.: B. N. Chetverushkin, “Resolution limits of continuous media mode and their mathematical formulations”, *Math. Models Comput. Simul.*, **5**:3 (2013), 266–279.

[7]Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (проект № МД-3624.2021.1.1).

Чуб Е. Г., Погорелов В. А. (Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия). **Стохастическая нелинейная динамическая модель гиростабилизатора информационно-измерительного комплекса путеизмерительного вагона.**

Исследовалась динамика движения гиростабилизированного информационно-измерительного комплекса путеизмерительного вагона (ИИК ПВ) в условиях действия помех [1]–[3]. Для стохастической модели гиростабилизированного ИИК ПВ в форме "объект–наблюдатель" $\dot{Y} = F(Y,t) + F_0(Y,t)\xi$, где Y — вектор состояния, описывающий динамику объекта, F, F_0 — известные нелинейные функции, определяемые из условия функционирования ИИК ПВ, ξ — вектор случайных возмущающих ускорений, описываемый в общем случае белым гауссовским шумом с нулевым математическим ожиданием и известной матрицей интенсивностей, на основании метода моментов построена аппроксимация апостериорной плотности вероятности ИИК ПВ системой моментов. Предложенный метод позволяет повысить эффективность работы перспективных ИИК ПВ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. V. Pogorelov, E. Chub, "Markov model of data measurement complex for track geometry car", *E3S Web Conf.*, **224** (2020), 02029, 8 pp.
2. S. V. Sokolov, V. A. Pogorelov, E. G. Chub, "Suboptimal stochastic control synthesis for 3D orientation of a girostabilized platform", 21*st Saint Petersburg international conference on integrated navigation systems*, *ICINS* 2014 — *Proceedings*, Concern "Electropribor", Saint Petersburg, 2014, 206–209.
3. А. С. Митькин, В. А. Погорелов, Е. Г. Чуб, "Использование распределения Пирсона для синтеза субоптимальных алгоритмов фильтрации многомерных марковских процессов", *Изв. вузов. Радиофизика*, **58**:3 (2014), 244–254; англ. пер.: A. S. Mit'kin, V. A. Pogorelov, E. G. Chub, "Using the Pearson distribution for synthesis of the suboptimal algorithms for filtering multi-dimensional Markov processes", *Radiophys. and Quantum Electronics*, **58** (2015), 224–232.

Данекянц А. Г., Неумержицкая Н. В., Павлов И. В., Цветкова И. В. (Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия). **Некоторые результаты о знакопеременных интерполяционных дефляторах.**

В настоящей работе продолжается исследование знакопеременных интерполяционных дефляторов, начатое в [1]. Рассмотрим стохастический базис $\bigl(\Omega, F = (\mathcal{F}_k)_{k=0}^K, \mathbf{P}\bigr)$, где множество Ω конечно, $K < \infty$, а $\mathcal{F}_0$ тривиальна. Пусть A — атом в $\mathcal{F}_k$ $(0 \leqslant k < K)$, B_i $(i = 1, 2, \ldots, m)$ — атомы в $\mathcal{F}_{k+1}$ и

$$A = B_1 + B_2 + \cdots + B_m, \quad a := Z_k|_A, \quad b_i := Z_{k+1}|_{B_i}, \quad p_i := \mathbf{P}(B_i), \quad d_i := D_{k+1}|_{B_i}$$

(индекс ветвления m атома A и числа a, b_i, p_i, d_i зависят от A). Знакопеременный дефлятор $D = (D_k, \mathcal{F}_k, \mathbf{P})_{k=0}^K$ некоторого процесса $Z = (Z_k, \mathcal{F}_k)_{k=0}^K$ будем называть допустимым, если для любого $0 \leqslant k < K$, для любого атома $A \in \mathcal{F}_k$ и для любого непустого подмножества $I \subset \{1, 2, \ldots, m\}$ выполняется соотношение $\sum_{i \in I} p_i d_i \neq 0$.

Теорема. *Пусть для любого* k, $0 \leqslant k < K$, *и для любого атома* $A \in \mathcal{F}_k$ *выполняется неравенство* $m \geqslant 2$ *и числа* $a, b_1, \ldots, b_m$ *различны. Тогда существует допустимый интерполяционный дефлятор* D, *удовлетворяющий свойству универсальной хааровской единственности СУХЕ* (*см.* [1]). *Если* D *строго положителен, то СУХЕ для* D *совпадает с СУХЕ для мартингальной меры процесса* Z, *соответствующей дефлятору* D.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. I. Pavlov, A. Danekyants, N. Neumerzhitskaia, I. Tsvetkova, "Signed interpolating deflators and Haar uniqueness properties", *Glob. Stoch. Anal.*, **8**:2 (2021), 67–75.

Димитров Д. В. (МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия). **Статистические методы определения неоднородностей волокнистых материалов с помощью статистик ближайших соседей**[8]**.**

В работе рассматривается применение оценок ближайших соседей дивергенции Кульбака–Лейблера [1] к поиску областей неоднородности в волокнистых материалах. Изучается модель, в которой наблюдателю доступны независимые $\{X_i, T_i,\ i \in \{1, \ldots, \zeta_n\}\}$: X_i со значениями в $\mathbf{R}^{d_1} \cap \Pi$ — центр i-го волокна, $\Pi \in \mathcal{B}(\mathbf{R}^{d_1})$ — объемлющий ограниченный материал, $\mathrm{law}(X_i) = \mathrm{law}(X)$; $T_i = \xi_i \cdot \mathbf{I}\{X_i \in R_0\} + \eta_i \cdot \mathbf{I}\{X_i \in \Pi \setminus R_0\}$ со значениями в $\mathbf{R}^{d_2}$ — метка (направление) i-го волокна, $\mathrm{law}(\xi_i) = \mathrm{law}(\xi)$, $\mathrm{law}(\eta_i) = \mathrm{law}(\eta)$, $R_0 \in \mathcal{B}(\mathbf{R}^{d_1}) \cap \Pi$ — истинная область неоднородности; $\zeta_n \sim \mathrm{Pois}(\lambda_n \cdot \mu(\Pi))$, $\lambda_n > 0$, $\lambda_n \to \infty$, $n \to \infty$. Для каждого множества R из некоторого набора множеств $\mathcal{R}$ строится статистика $\widehat{T}_n(R)$, основанная на оценке ближайших соседей дивергенции Кульбака–Лейблера между распределением меток T_i волокон внутри окна R (т.е. при $X_i \in R$) и вне его. Далее полагается $\widehat{R}_n := \mathrm{argmax}_{R \in \mathcal{R}}\, \widehat{T}_n(R)$.

Теорема. *Пусть для некоторых* $\varepsilon, R > 0$, $N \in \mathbf{N}$, $f \in \{p_\xi, p_\eta\}$, $g \in \{p_\xi, p_\eta\}$ *функционалы* $K_{f,g}(2, N)$, $Q_{f,g}(\varepsilon, R)$, $T_{f,g}(\varepsilon, R)$ *конечны. Тогда*

$$\mathbf{P}\Big(\widehat{R}_n \in \underset{R \in \mathcal{R}}{\mathrm{argmax}}\, d_\Pi(R, R_0)\Big) \to 1, \qquad n \to \infty.$$

Здесь $d_\Pi(R, R_0) := |\mu(RR_0)/\mu(R) - \mu(\overline{R}R_0)/\mu(\overline{R})|$, $\overline{R} := \Pi \setminus R$, p_ξ *и* p_η *— плотности с.в.* ξ *и* η *соответственно, а определения функционалов* K_{f_1,f_2}, Q_{f_1,f_2}, T_{f_1,f_2} *для плотностей* f_1, f_2 *можно найти в статье* [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A. Bulinski, D. Dimitrov, "Statistical estimation of the Kullback–Leibler divergence", *Mathematics*, **9**:5 (2021), 544, 36 pp.

[8] Работа выполнена при поддержке гранта МГУ им. М. В. Ломоносова "Современные проблемы фундаментальной математики и механики".

Esquível M. L. (FCT Nova and CMA, New University of Lisbon, Portugal)**, Krasii N. P.** (DSTU, Rostov-on-Don, Russia)**. On structured random matrices defined by matrix substitutions.**

We introduce matrix substitutions (see [1]) as a way to define structured non-random matrices of arbitrarily large size, which can be considered as generating random matrices having a structure and independent entries. We have a theorem of convergence in law for random matrices (see [2]).

Consider $\mathcal{M}_{+\infty} := \{M = [a_{ij}]_{i,j\geqslant 1} \colon a_{ij} \in \mathbf{Z}_p\} = \mathbf{Z}_p^{(\mathbf{N}\setminus\{0\}\times\mathbf{N}\setminus\{0\})}$.

Theorem (Convergence in law of random structured matrices)**.** *Assume that*

(a) $\sigma \colon \mathbf{Z}_p \to \mathcal{M}^{<\infty}_{d\times d}(\mathbf{Z}_p)$ *is global substitution map*;

(b) Φ_σ *is the corresponding matrix substitution map defined on* $\mathcal{M}_{+\infty}$;

(c) M_∞ *is a fixed point of* Φ_σ *such that* $M_0 \in \mathcal{M}_{+\infty}$ *and* $M_n = \Phi_\sigma(M_{n-1})$, $n \geqslant 1$, $M_\infty = \lim_{n\to+\infty} M_n$.

Let $M_n(X_\#)$ *and* $M_\infty(X_\#)$ *be random structured matrices with* M_n *and* M_∞ *their skeletons*, *respectively. Then*

$$\operatorname{Law}(M_n(X_\#)) \xrightarrow[n\to+\infty]{} \operatorname{Law}(M_\infty(X_\#)).$$

As an application we define a random surface canonically associated with a random matrix fixed point having a skeleton fixed point of a matrix substitution map.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. Queffélec, *Substitution dynamical systems – spectral analysis*, 2nd ed., Lecture Notes in Math., **1294**, Springer-Verlag, Berlin, 2010, xvi+351 pp.
2. M. Esquível, N. Krasii, *On structured random matrices defined by matrix substitutions*, preprint, 2022.

Федоткин А. М., Маркина Н. С. (ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия)**. Циклический алгоритм с продлением и дообслуживанием при управлении конфликтными потоками неоднородных требований.**

В работе [1] исследована математическая модель реальной системы циклического управления конфликтными потоками неоднородных требований. Математическая модель такого рода потоков была построена и изучена в [2]. При $j = 1, 2$ прибор в состояниях $\Gamma^{(2j-1)}$ и $\Gamma^{(2j)}$ обслуживает и соответственно дообслуживает только поток Π_j. Смена текущего состояния прибора или его продление происходит в случайные моменты τ_i, $i = 0, 1, \dots$. Математической моделью такой системы является случайная последовательность $\{(\Gamma_i, \varkappa_{1,i}, \varkappa_{2,i}, \xi'_{1,i-1}, \xi'_{2,i-1});\ i = 0, 1, \dots\}$, где Γ_i — состояние прибора на промежутке $[\tau_i, \tau_{i+1})$, $\varkappa_{j,i} \geqslant 0$ — размер очереди потока Π_j в момент τ_i, а $\xi'_{j,i} \geqslant 0$ — число обслуженных требований потока Π_j на $[\tau_i, \tau_{i+1})$.

Теорема. *Последовательность* $\{(\Gamma_i, \varkappa_{1,i}, \varkappa_{2,i}, \xi'_{1,i-1}, \xi'_{2,i-1});\ i = 0, 1, \dots\}$ *с заданным начальным распределением вектора* $(\Gamma_0, \varkappa_{1,0}, \varkappa_{2,0}, \xi'_{1,-1}, \xi'_{2,-1})$ *является однородной многомерной марковской цепью.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. М. А. Федоткин, А. М. Федоткин, “Анализ и оптимизация выходных процессов при циклическом управлении конфликтными транспортными потоками Гнеденко–Коваленко”, *Автомат. и телемех.*, 2009, № 12, 92–108; англ. пер.: M. A. Fedotkin, A. M. Fedotkin, “Analysis and optimization of output processes of conflicting Gnedenko–Kovalenko traffic streams under cyclic control”, *Autom. Remote Control*, **70**:12 (2009), 2024–2038.
2. М. А. Федоткин, А. М. Федоткин, Е. В. Кудрявцев, “Динамические модели неоднородного потока транспорта на магистралях”, *Автомат. и телемех.*, 2020, № 8, 149–164; англ. пер.: M. A. Fedotkin, A. M. Fedotkin, E. V. Kudryavtsev, “Dynamic models of heterogeneous traffic flow on highways”, *Autom. Remote Control*, **81**:8 (2020), 1486–1498.

Гликлих Ю. Е. (ВГУ, Воронеж, Россия)**. Об одном стохастическом уравнении с производными в среднем, связанном с гидродинамикой.**

Описание производной в среднем слева D_*, симметрической производной (текущей скорости) D_{S} и описание групп соболевских H^s-диффеоморфизмов плоского n-мерного тора, $s > n/2+2$, имеются в [1].

На группе H^s-диффеоморфизмов плоского n-мерного тора по процессу $\sigma w(t)$, где $w(t)$ — стандартный винеровский процесс в $\mathbf{R}^n$, а $\sigma > 0$ — константа, строится процесс $W^{(\sigma)}(t)$. Обозначим через F регрессию на торе, построенную по $D_*D_*(\sigma w(t))$. Это векторное поле является вектором в касательном пространстве в единице e группы H^s-диффеоморфизмов. Разнесем этот вектор правыми сдвигами на всю группу, получим правоинвариантное векторное поле $\overline{F}$. Показано, что $W^\sigma(t)$ удовлетворяет следующей системе дифференциальных уравнений с производными в среднем:

$$D_*D_*W^\sigma(t) = \overline{F}, \qquad D_*W^\sigma(t) = 2D_{\mathrm{S}}W^\sigma(t).$$

Введем обозначение $D_*W^{(\sigma)}(t) = u(t)_{W^{(\sigma)}(t)}$ и правыми сдвигами на группе перенесем все $u(t)_{W^{(\sigma)}(t)}$ в касательное пространство в единице e группы. При этом условное математическое ожидание, входящее в определение производных в среднем, становится обычным математическим ожиданием. Так что в касательном пространстве в единице группы мы получаем детерминированную кривую $u_e(t)$, которая является неавтономным векторным полем на торе.

Теорема. *$u_e(t)$ на торе удовлетворяет уравнению Бюргерса с коэффициентом вязкости $\sigma^2/2$ и внешней силой F и уравнению неразрывности.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yu. E. Gliklikh, *Global and stochastic analysis with applications to mathematical physics*, Theoret. Math. Phys., Springer-Verlag London, Ltd., London, 2011, xxiv+436 pp.

Гущин А. А. (Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук, Москва, Россия)**, Недошивин М. А.** (МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия)**. О конструкции Перкинса в задаче вложения Скорохода**[9]**.**

Обозначим через Π класс совместных распределений $\mathrm{Law}(B_\tau, \overline{B}_\tau)$ значения броуновского движения $B = (B_t)_{t\geqslant 0}$ в конечный момент остановки τ и его максимума $\overline{B}_\tau := \sup_{t\leqslant\tau} B_t$ от 0 до момента τ. Явное описание этого класса см. в [1] и [2]. Зададим произвольную меру μ на $\mathbf{R}$ и поставим задачу найти τ, минимизирующий в смысле стохастического порядка максимум $\overline{B}_\tau$ среди всех τ с $\mathrm{Law}(B_\tau) = \mu$. Решение найдено в [3] для μ со средним 0 и в [4] в общем случае. Мы дополняем эти результаты, ориентируясь только на описание множества Π. Для меры π ее проекции на координаты обозначаются π_1 и π_2.

Теорема. *Для любой меры μ существует $\nu := \min_{\pi\in\Pi:\, \pi_1=\mu} \pi_2$, где минимум берется в смысле стохастического порядка. В классе Π есть единственное распределение π с $\pi_1 = \mu$ и $\pi_2 = \nu$.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. L. C. G. Rogers, “The joint law of the maximum and terminal value of a martingale”, *Probab. Theory Related Fields*, **95**:4 (1993), 451–466.
2. А. А. Гущин, “Совместное распределение макс-непрерывного локального субмартингала и его максимума”, *Теория вероятн. и ее примен.*, **65**:4 (2020), 693–709; англ. пер.: A. A. Gushchin, “The joint law of a max-continuous local submartingale and its maximum”, *Theory Probab. Appl.*, **65**:4 (2021), 545–557.
3. E. Perkins, “The Cereteli–Davis solution to the H^1-embedding problem and an optimal embedding in Brownian motion”, *Seminar on stochastic processes*, 1985 (Gainesville, FL, 1985), Progr. Probab. Statist., **12**, Birkhäuser Boston, Boston, MA, 1986, 172–223.
4. A. M. G. Cox, D. G. Hobson, “An optimal Skorokhod embedding for diffusions”, *Stochastic Process. Appl.*, **111**:1 (2004), 17–39.

Илолов М. И., Рахматов Дж. Ш. (Национальная академия наук Таджикистана, Душанбе, Таджикистан)**. Задача Коши для дробных абстрактных стохастических дифференциальных уравнений.**

Рассмотрим в гильбертовых пространствах H, H^1 дробную задачу Коши

$$D_t^\alpha X(t) = \bigl(AX(t)+F(t,X(t))\bigr)\,dt+B(t,X(t))\,dW(t), \quad t\in[0,T], \quad X(0)=\xi, \tag{1}$$

где $0 < \alpha < 1$, A — почти секториальный оператор, отображения $F(t,X)\colon [0,T]\times H \to H$, $B(t,X)\colon [0,T]\times H \to L_{\mathrm{HS}}(H, Q^{1/2}H^1)$ удовлетворяют условиям Липщица и линейного роста, $W(t)$ — винеровский процесс со значениями в $Q^{T/2}H^1$, Q — неотрицательный оператор следа в H^1. Нас интересует решение задачи (1), удовлетворяющее условию

$$\mathbf{P}\biggl(\int_0^t \|X(s)\|^2\,ds < \infty\biggr) = 1. \tag{2}$$

В работе доказывается теорема, обобщающая результаты работы [1].

[9]Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-01-00646).

Теорема. *Пусть ξ — измеримая H-значная случайная величина. Тогда задача* (1) *имеет решение, единственное с точностью до эквивалентности среди процессов, удовлетворяющих условию* (2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. Ilolov, K. S. Kuchakshoev, J. Sh. Rahmatov, "Fractional stochastic evolution equations. White noise model", *Commun. Stoch. Anal.*, **14**:3-4 (2020), 55–69.

Колногоров А. В. (НовГУ им. Ярослава Мудрого, Великий Новгород, Россия). **Пуассоновский двурукий бандит: байесовский подход**[10]**.**

Рассматривается задача о пуассоновском двуруком бандите на горизонте управления $[0,T]$ с дисконтированием поступающих доходов согласно правилу $e^{-\rho t}$, где t — текущий момент времени ($0 < T \leqslant +\infty$, $\rho > 0$). Интенсивности λ_1, λ_2 заданы априорной плотностью $\mu(\lambda_1,\lambda_2)$ на множестве Θ. Байесовский риск равен минимуму математического ожидания потерь полного дохода относительно величины, достижимой при известных λ_1, λ_2.

Теорема. *Для нахождения байесовского риска следует в обратном времени решить дифференциальное уравнение в частных производных*

$$\begin{aligned}\min\bigl(R'_{t_1} &+ R(X_1+1,t_1,X_2,t_2) + e^{-\rho t}g^{(1)}(X_1,t_1,X_2,t_2),\\ &R'_{t_2} + R(X_1,t_1,X_2+1,t_2) + e^{-\rho t}g^{(2)}(X_1,t_1,X_2,t_2)\bigr) = 0\end{aligned}$$

с начальным условием $R(X_1,t_1,X_2,t_2)=0$ при $t_1+t_2=T$. Байесовская стратегия предписывает в момент времени $t=t_1+t_2$ выбирать ℓ-е действие, если меньшее значение имеет ℓ-й член в левой части уравнения. Здесь t_1, t_2 — полные текущие времена выбора обоих действий, X_1, X_2 — соответствующие полные доходы,

$$\begin{aligned}g^{(1)}(X_1,t_1,X_2,t_2) &= \iint_\Theta (\lambda_2-\lambda_1)^+\lambda_1^{X_1}e^{-\lambda_1 t_1}\lambda_2^{X_2}e^{-\lambda_2 t_2}\mu(\lambda_1,\lambda_2)\,d\lambda_1\,d\lambda_2,\\ g^{(2)}(X_1,t_1,X_2,t_2) &= \iint_\Theta (\lambda_1-\lambda_2)^+\lambda_1^{X_1}e^{-\lambda_1 t_1}\lambda_2^{X_2}e^{-\lambda_2 t_2}\mu(\lambda_1,\lambda_2)\,d\lambda_1\,d\lambda_2.\end{aligned}$$

Байесовский риск равен $R(0,0,0,0)$.

В случае $T<+\infty$, $\rho=0$ результаты ранее представлены в [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. В. Колногоров, "Пуассоновский двурукий бандит: новый подход", *Пробл. передачи информ.*, **58**:2 (2022), 66–91; англ. пер.: A. V. Kolnogorov, "Poissonian two-armed bandit: a new approach", *Probl. Inf. Transm.*, **58**:2 (2022), 160–183.

[10] Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-01-00062).

Кудрявцев Е. В., Федоткин М. А. (ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия). **Исследование предельных свойств системы адаптивного управления конфликтными потоками Кокса–Льюиса.**

В работе рассматривается система массового обслуживания, которая описывается векторной марковской последовательностью $\{(\Gamma_i, \varkappa_{1,i}, \varkappa_{2,i});\ i \geqslant 0\}$ [1], [2]. Конфликтные входные потоки неоднородных требований изучены в [3]. Пусть функции $W_i(z_1, z_2)$, $i \geqslant 0$, являются производящими функциями одномерных распределений последовательности $\{(\Gamma_i, \varkappa_{1,i}, \varkappa_{2,i});\ i \geqslant 0\}$. Тогда справедлива следующая теорема.

Теорема. *Если при некоторых $z_1, z_2 > 1$ начальное распределение последовательности $\{(\Gamma_i, \varkappa_{1,i}, \varkappa_{2,i});\ i \geqslant 0\}$ удовлетворяет условию $W_0(z_1, z_2) < \infty$, то для существования предельного распределения данной последовательности необходимо и достаточно, чтобы производящие функции $W_{6i}(z_1, z_2)$ были ограничены равномерно по i в некоторой окрестности точки $(1, 1)$.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Е. В. Кудрявцев, М. А. Федоткин, “Анализ дискретной модели системы адаптивного управления конфликтными неоднородными потоками”, *Вестн. Моск. ун-та. Сер.* 15. *Вычисл. матем. и киберн.*, 2019, №1, 19–26; англ. пер.: E. V. Kudryavtsev, M. A. Fedotkin, “Analysis of a discrete model of an adaptive control system for conflicting nonhomogeneous flows”, *Moscow Univ. Comput. Math. Cybernet.*, **43**:1 (2019), 17–24.
2. Е. В. Кудрявцев, М. А. Федоткин, “Исследование математической модели адаптивного управления конфликтными потоками неоднородных требований”, *Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика*, 2019, №1, 23–37.
3. М. А. Федоткин, А. М. Федоткин, Е. В. Кудрявцев, “Динамические модели неоднородного потока транспорта на магистралях”, *Автомат. и телемех.*, 2020, №8, 149–164; англ. пер.: M. A. Fedotkin, A. M. Fedotkin, E. V. Kudryavtsev, “Dynamic models of heterogeneous traffic flow on highways”, *Autom. Remote Control*, **81**:8 (2020), 1486–1498.

Кудрявцев О. Е. (Российская таможенная академия, Ростов-на-Дону, Россия; Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия). **Вычисление цен двубарьерных опционов в моделях Леви неограниченной вариации.**

В работе построен метод упрощенной факторизации Винера–Хопфа для вычисления цены двубарьерного опциона

$$V(T, x) = \mathbf{E}^x\bigl[e^{-rT}\mathbf{1}_{\{\underline{X}_T > 0\}}\mathbf{1}_{\{\overline{X}_T < h\}}G(X_T)\bigr],$$

где $G(x)$ — функция выплат, T — срок действия, h — барьер сверху, X_t — процесс Леви, $\underline{X}_t = \inf_{0\leqslant s\leqslant t} X_s$ и $\overline{X}_t = \sup_{0\leqslant s\leqslant t} X_s$ — его процессы инфимума и супремума соответственно. В настоящей работе доказывается следующая теорема, обобщающая результаты работы [1] на случай неограниченной вариации скачков.

Теорема. *Пусть N — достаточно большое натуральное число. Положим $q = T/N$, $v_0(q, x) = G(x)\mathbf{1}_{(0,h)}(x)$ и определим для $n = 1, 2, \dots$*

$$v_n(q, x) = \mathbf{E}^x\left[\frac{v_{n-1}(q, X_{T_{q+r}})}{1 + r/q}\mathbf{1}_{\{\underline{X}_{T_{q+r}} > 0\}}\mathbf{1}_{\{\overline{X}_{T_{q+r}} < h\}}\right],$$

где случайное время T_{q+r} имеет экспоненциальное распределение $\mathrm{Exp}(q+r)$. *Тогда для фиксированного x последовательность $v_N(N/T, x)$ сходится к $V(T,x)$ при $N \to \infty$.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. O. Kudryavtsev, "A simple Wiener–Hopf factorization approach for pricing double-barrier options", *Operator theory and harmonic analysis–OTHA* 2020, Part II. Probability-analytical models, methods and applications, Springer Proc. Math. Stat., **358**, Springer, Cham, 2021, 273–291.

Куценко В. А., Яровая Е. Б. (МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия)**. Ветвящееся случайное блуждание в случайной среде с гумбелевским потенциалом**[11]**.**

Рассматривается ветвящееся случайное блуждание (ВСБ) на $\mathbf{Z}^d$ с непрерывным временем в случайной среде. В основе ВСБ лежит простое симметричное случайное блуждание. В каждой точке $\mathbf{Z}^d$ возможна гибель частицы или деление на двух потомков со случайными интенсивностями $b_0(\omega,x)$ и $b_2(\omega,x)$. При фиксированной среде моменты числа потомков частицы, находящейся в точке x в момент времени $t=0$, являются случайными и обозначаются как $m_n(t,\omega,x)$ для всей популяции и $m_n(t,\omega,x,y)$ для субпопуляции в точке y. Авторами обобщены доказательства из [1] для ВСБ со случайным возмущением (*потенциалом*) $V(t,\omega,x)=b_2(\omega,x)-b_0(\omega,x)$, имеющим распределение гумбелевского типа.

Теорема. *Пусть* $\ln \mathbf{P}(V>z) \sim -e^z$ *при* $z\to\infty$. *Тогда для моментов* $\langle m_n^p\rangle$ *с начальными условиями* $m_n(0,\cdot,y)=\delta_y(\cdot)$ *и* $m_n(0,\cdot)\equiv 1$ *справедливы соотношения*

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\ln\langle m_n^p\rangle}{\ln\langle e^{pnVt}\rangle}=1,$$

где $n,p\in\mathbf{N}$, *а угловые скобки обозначают математическое ожидание относительно вероятностной меры, порожденной случайной средой.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. Albeverio, L. V. Bogachev, S. A. Molchanov, E. B. Yarovaya, "Annealed moment Lyapunov exponents for a branching random walk in a homogeneous random branching environment", *Markov Process. Related Fields*, **6**:4 (2000), 473–516.

Кузнецов Д. Ф. (СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия)**. Новый подход к разложению повторных стохастических интегралов Стратоновича произвольной кратности по компонентам многомерного винеровского процесса.**

В настоящей работе доказывается следующая теорема [1, разд. 2.10–2.15].

[11] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-01-00487).

Теорема. *Пусть функции* $\psi_1(\tau), \ldots, \psi_k(\tau) \in C^1[t,T]$ *и базис* $\{\phi_j(x)\}_{j=0}^{\infty}$ $(\phi_0(x) = 1/\sqrt{T-t},\ \phi_j(\tau) \in C[t,T])$ *в* $L_2[t,T]$ *таковы, что выполнены условия* 1–3 *теоремы* 2.30 [1]. *Тогда*

$$J^*[\psi^{(k)}]_{T,t}^{(i_1\ldots i_k)} = \int_t^T \psi_k(t_k)\cdots\int_t^{t_2}\psi_1(t_1)\circ d\mathbf{W}_{t_1}^{(i_1)}\cdots\circ d\mathbf{W}_{t_k}^{(i_k)} = \underset{p\to\infty}{\mathrm{l.i.m.}}\, S_{T,t}^{(i_1\ldots i_k)p},$$

где $S_{T,t}^{(i_1\ldots i_k)p} = \sum_{j_1,\ldots,j_k=0}^{p} C_{j_k\ldots j_1}\zeta_{j_1}^{(i_1)}\cdots\zeta_{j_k}^{(i_k)}$, $\zeta_j^{(i)} = \int_t^T \phi_j(\tau)\,d\mathbf{W}_\tau^{(i)}$ *— н.о.р.* $N(0,1)$*-с.в.* $(i \neq 0)$, $k \in \mathbf{N}$, $C_{j_k\ldots j_1}$ *— коэффициент Фурье, отвечающий ядрам* $K(t_1,\ldots,t_k) = \psi_1(t_1)\cdots\psi_k(t_k)\mathbf{1}_{\{t_1<\cdots<t_k\}}$ $(k \geqslant 2)$ *и* $K(t_1) = \psi_1(t_1)$, $t_1,\ldots,t_k \in [t,T]$, $i_1,\ldots,i_k = 0,1,\ldots,m$, $d\mathbf{W}_\tau^{(i)}$ *и* $\circ d\mathbf{W}_\tau^{(i)}$ *— дифференциалы Ито и Стратоновича,* $\mathbf{W}_\tau^{(0)} = \tau$. *Кроме того,* $\mathbf{E}\big(J^*[\psi^{(k)}]_{T,t}^{(i_1\ldots i_k)} - S_{T,t}^{(i_1\ldots i_k)p}\big)^2 \leqslant C/p^{1-\varepsilon}$ *для случая многочленов Лежандра и базиса Фурье, где* $\varepsilon = 0$ *(базис Фурье при* $k = 1,\ldots,5$ *или полиномиальный базис при* $k = 1,2,3$*) и* $\varepsilon > 0$ *сколь угодно мало (полиномиальный базис при* $k = 4,5$*),* $C < \infty$ *не зависит от* p.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. D. F. Kuznetsov, “Strong approximation of iterated Itô and Stratonovich stochastic integrals based on generalized multiple Fourier series. Application to numerical solution of Itô SDEs and semilinear SPDEs”, *Дифференциальные уравнения и процессы управления*, 2020, № 4, A.1–A.606; 2022 (v1 – 2020), 923 pp., arXiv: 2003.14184.

Литвинов В. Л. (СамГТУ, Самара, Россия)**. Стохастические продольные колебания вязкоупругого каната с движущимися границами с учетом действия демпфирующих сил.**

В настоящее время широкое распространение в технике механических объектов с движущимися границами обусловливает необходимость развития методов их расчета. В случае продольных колебаний основное влияние на затухание оказывают упругие несовершенства материала колеблющегося объекта [1]. Исследование вязкоупругости включает в себя анализ стохастической устойчивости стохастических вязкоупругих систем, их надежность и т.д. В работе рассмотрены стохастические линейные продольные колебания вязкоупругого каната с движущимися границами с учетом влияния демпфирующих сил. Начальные условия и внешняя нагрузка считаются случайными. Для нахождения характеристик случайных величин стохастических колебаний необходимо получить статистические оценки решения системы случайных интегро-дифференциальных уравнений. Для этого ядро релаксации можно взять в экспоненциальном виде со случайной компонентой. Случай разностного ядра позволяет свести задачу к исследованию системы стохастических дифференциальных уравнений. Для оценки коэффициентов разложения применяется статистический численный метод Монте-Карло [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В. Л. Литвинов, В. Н. Анисимов, *Математическое моделирование и исследование резонансных свойств механических объектов с изменяющейся границей*, СамГТУ, Самара, 2020, 118 с.

2. G. S. Fishman, *Monte Carlo. Concepts, algorithms, and applications*, Springer Ser. Oper. Res., Springer-Verlag, New York, 1996, xxvi+698 pp.

Литвинов В. Н., Грачева Н. Н., Руденко Н. Б. (Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия; Азово-Черноморский инженерный институт ФГБОУ ВО Донской ГАУ, Зерноград, Россия). **Вероятностные оценки решения сеточных уравнений в гетерогенных вычислительных системах**[12]**.**

Целью исследования является определение функциональных зависимостей времени решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) модифицированным попеременно-треугольным итерационным методом (МПТМ) от размерности фрагментов равномерной трехмерной расчетной сетки. Исследования выполнялись для наиболее трудоемких этапов решения сеточных уравнений методом МПТМ, включающих решение СЛАУ с нижне- и верхнетреугольными матрицами [1] на вычислительном кластере К-60 ИПМ РАН. Оценка времени решения СЛАУ была выполнена с использованием выборочных характеристик вариационного ряда. В работе доказывается следующая теорема.

Теорема. *Время вычисления этапа решения СЛАУ с нижнетреугольной матрицей методом МПТМ в параллельном режиме определяется по формуле* $T_{\mathrm{matm}} = \sum_{s=1}^{N_s} \max(\mathbf{T}_s)$, *где* s *и* N_s — *номер шага и количество шагов параллельно-конвейерного вычислительного процесса соответственно, а* $\mathbf{T}_s$ — *вектор, содержащий значения времени, затраченного на вычисления фрагментов расчетной сетки всеми вычислителями на шаге* s.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A. Sukhinov, V. Litvinov, A. Chistyakov, A. Nikitina, N. Gracheva, N. Rudenko, "Computational aspects of solving grid equations in heterogeneous computing systems", *Parallel computing technologies*, Lecture Notes in Comput. Sci., **12942**, Springer, Cham, 2021, 166–177.

[12] Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 21-71-20050).