I. V. Mikheev, M. L. Taubin, V. S. Zhdanov, Определение теплофизических свойств тонкостенных цилиндров импульсным методом,
TVT, 1982, Volume 20, Issue 3, 601–603

температуры (2800 K), превышающей температуру кипения ($T_{\text{кип}}$=2600 K). Поэтому разрушение жидкого металла может реализовываться через объемное вскипание на искусственных центрах зародышеобразования.

Уральский политехнический институт, г. Свердловск

Поступило в редакцию 20.V.1981

ЛИТЕРАТУРА

1. *Френкель Я. И.* Кинетическая теория жидкостей. Л.: Наука, 1975, 592 с.
2. *Рыкалин Н. Н., Углов А. А.* Процессы объемного парообразования при воздействии луча лазера на металлы.– ТВТ, 1971, т. 9, № 3, с. 575.
3. *Гревцев М. В., Золотухин В. Д., Кашурников Ю. М. и др.* О характере вскипания меди при импульсном нагреве проходящим током.– ТВТ, т. 15, № 2, с. 362.
4. *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. М.: Наука, 1976, 616 с.
5. *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967, 600 с.
6. *Шейхалиев Ш. М., Блинов М. Ю., Попель С. И. и др.* Установка для электроимпульсного получения порошков и гранул.– В кн.: Порошковые конструкционные материалы: Киев: Изд. ИПМ АН УССР, 1980, с. 13.
7. *Несис Е. И.* Кипение жидкостей. М.: Наука, 1973, 280 с.
8. *Скрипов В. П.* Метастабильная жидкость. М.: Наука, 1972, 312 с.
9. *Кларк Г., Стренг П., Уэстуотер Дж.* Активные центры пузырчатого кипения.– В кн.: Вопросы физики кипения. М.: Мир, 1964, 443 с.
10. *Попель С. И., Никитин Ю. П., Бармин Л. А. и др.* Взаимодействие расплавленного металла с газом и шлаком. Свердловск: Изд. УПИ им. С. М. Кирова, 1975, 184 с.
11. *Шпис Х.-И.* Поведение неметаллических включений в металлах при кристаллизации и деформации. М.: Металлургия, 1971, 125 с.

УДК 536.21

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРОВ ИМПУЛЬСНЫМ МЕТОДОМ

Михеев И. В., Таубин М. Л., Жданов В. С.

При определении теплофизических свойств материалов методом «вспышки» [1] применяются расчетные соотношения, полученные для плоской тепловой волны. Однако наряду с плоскими образцами в теплофизическом эксперименте широко используют и полые цилиндрические образцы, причем для тонкостенных цилиндров ($R_2/R_1 \simeq 1{,}0-1{,}1$) цилиндрическая стенка с некоторым приближением иногда рассматривается как плоская. Чтобы оценить корректность такого допущения, получим расчетные соотношения, позволяющие вычислить коэффициенты температуропроводности и теплопроводности для случая, когда тепловой импульс с плотностью энергии на единицу длины цилиндра Q_L воздействует на внутреннюю поверхность тонкостенного цилиндра, а температуру измеряют на его внешней поверхности. Предполагается, что теплообмен с окружающей средой на поверхности образца отсутствует.

С этой целью используем решение уравнения теплопроводности для теплоизолированного неограниченного полого цилиндра [2] с начальным распределением температуры в стенке $T(r, 0)=f(r)$

$$I(r,\tau)=\frac{2}{R_2^2-R_1^2}\int\limits_{R_1}^{R_2} rf(r)\,dr+\pi\sum_{n=1}^{\infty}p_n^2\frac{J_1^2(p_nR_1)J_1^2(p_nR_2)}{J_1^2(p_nR_1)-J_1^2(p_nR_2)}\left[J_0(p_nr)\frac{Y_1(p_nR_1)}{J_1(p_nR_1)}-\right.$$

$$\left.-Y_0(p_nr)\right]\frac{\pi}{2}\int\limits_{R_1}^{R_2} rf(r)\left[J_0(p_nr)\frac{Y_1(p_nR_1)}{J_1(p_nR_1)}-Y_0(p_nr)\right]dr\exp(-ap_n^2\tau), \qquad (1)$$

где J_0, J_1, Y_0, Y_1 – функции Бесселя и Вебера нулевого и первого порядков; R_1, R_2 – внутренний и наружный радиусы цилиндра; p_n – корни характеристического уравнения $J_1(pR_1)Y_1(pR_2)=Y_1(pR_1)J_1(pR_2)$; a – коэффициент температуропроводности.

Предположим, что выделение импульса тепловой энергии происходит в момент $\tau=0$ в бесконечно тонком цилиндрическом слое, ограниченном радиусами R_1 и R_0, причем $(R_0-R_1)/(R_2-R_1)\ll 1$, а начальная температура остальной части цилиндра равна нулю. При таких условиях функция $f(r)$ может быть записана как

$$f(r)=\frac{Q_L}{\pi(R_0^2-R_1^2)\rho C_p} \quad \text{для} \quad R_1\leqslant r\leqslant R_0,$$
$$f(r)=0 \qquad \text{для} \quad R_0\leqslant r\leqslant R_2, \tag{2}$$

где ρ — плотность; C_p — теплоемкость.

С учетом (2) решение (1) примет следующий вид:

$$T(r,\tau)=\frac{Q_L}{2\pi\rho C_p}\left\{\frac{2}{R_2^2-R_1^2}-\frac{\pi}{R_1}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{p_n J_1^2(p_nR_2)}{J_1^2(p_nR_1)-J_1^2(p_nR_2)}\times\right.$$
$$\left.\times[J_0(p_nr)Y_1(p_nR_1)-J_1(p_nR_1)Y_0(p_nr)]\exp(-ap_n^2\tau)\right\}. \tag{3}$$

Применив к (3) безразмерную форму записи для временной зависимости температуры на внешней поверхности цилиндра ($r=R_2$), получим

$$\theta=1-(k^2-1)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\mu_n\pi J_1^2(\mu_nk)}{2[J_1^2(\mu_n)-J_1^2(\mu_nk)]}\times$$
$$\times[J_0(\mu_nk)Y_1(\mu_n)-J_1(\mu_n)Y_0(\mu_nk)]\exp(-\mu_n^2\,\mathrm{Fo}), \tag{4}$$

где $k=R_2/R_1$, $\mu_n=p_nR_1$, $\mathrm{Fo}=a\tau/R_1^2$, $\theta=\pi(R_2^2-R_1^2)\rho C_nT(R_1,r)/Q_L$.

Воспользовавшись для упрощения (4) асимптотическим разложением Ганкеля [3] функций Бесселя и Вебера с учетом того, что $\mu_n=\pi n/(k-1)$ [3], получим

$$\theta=1+\frac{k+1}{k}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\exp(-n^2\beta),\qquad \beta=\pi^2a\tau/(R_2-R_1)^2. \tag{5}$$

Ошибка, накопленная при выводе выражения (5), не превышает 0,35% для $k=1{,}1$ и 0,65% для $k=1{,}2$ [3]. Если в (5) ограничиться первыми двумя членами суммы, то при $\beta\geqslant1{,}28$ приближенное решение будет отличаться от точного не более чем на 0,004%. Таким образом перепишем выражение (5)

$$\theta=1-\frac{k+1}{k}[\exp(-\beta)-\exp(-4\beta)]. \tag{6}$$

Коэффициент температуропроводности в методе «вспышки» можно определить по времени $\tau_{1/2}$ достижения половины максимального значения температуры на внешней поверхности образца $\theta={}^1/_2$

$$a=\beta(k)(R_2-R_1)^2/\pi^2a\tau_{1/2}. \tag{7}$$

Зависимость рассчитанного значения коэффициента β от характерного радиального отношения k приведена в таблице.

k	β	k	β	k	β
1,00	1,370	1,14	1,303	1,28	1,246
1,02	1,359	1,16	1,294	1,30	1,239
1,04	1,349	1,18	1,286	1,32	1,232
1,06	1,339	1,20	1,277	1,34	1,225
1,08	1,330	1,22	1,269	1,36	1,218
1,10	1,321	1,24	1,262	1,38	1,211
1,12	1,312	1,26	1,254	1,40	1,205

При комплексном измерении теплофизических параметров теплоемкость и коэффициент теплопроводности λ определяются по формулам

$$C_p=\frac{Q_L}{\pi(R_2^2-R_1^2)\rho}\qquad \lambda=\frac{\beta(k)Q_L(R_2-R_1)}{\pi^3(R_2+R_1)T_{\text{м}}\tau_{1/2}}, \tag{8}$$

где $T_м$ — максимальное значение измеряемой температуры.

Сравнивая полученные значения коэффициента $\beta(k)$ по уравнению (7) с коэффициентом 1,37 в [1], можно оценить корректность замены цилиндрической стенки плоской. Так, при $k=1,2$ погрешность, обусловленная распространением расчетного соотношения для плоской стенки на тонкостенные цилиндры, достигает 7,3%, т. е. в два – три раза превышает погрешность определения коэффициента температуропроводности.

Можно показать, что расчетные соотношения (7), (8) будут справедливы также и для случая, когда тепловым импульсом воздействуют на наружную поверхность образца и регистрируют изменение температуры на внутренней. При таком варианте теплового воздействия распределение температуры в стенке цилиндра может быть получено аналогично выражению (3) из решения (1)

$$T(r,\tau)=\frac{Q_L}{2\pi\rho C_p}\left\{\frac{2}{R_2^2-R_1^2}+\frac{\pi}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{p_n^2J_1^2(p_nR_2)J_1(p_nR_1)}{J_1^2(p_nR_1)-J_1^2(p_nR_2)}\times\right.$$
$$\times\left[\frac{J_0(p_nr)Y_1(p_nR_1)-J_1(p_nR_1)Y_0(p_nr)}{J_1(p_nR_1)}\right][Y_1(p_nR_1)J_0(p_nR_2)- \tag{9}$$
$$\left.-Y_0(p_nR_2)J_1(p_nR_1)]\exp(-ap_n^2\tau)\right\}.$$

Учитывая $J_0(p_nR_1)Y_1(p_nR_1)-J_1(p_nR_1)Y_0(p_nR_1)=-2/\pi p_nR_1$, нетрудно заметить, что для поверхности $r=R_1$ выражение (9) имеет такой же вид, как и выражение (3) для поверхности $r=R_2$. Следовательно, расчетные соотношения (7), (8) верны и для случая внешнего нагрева образца, когда изменение температуры регистрируют на внутренней его поверхности.

Реализация импульсного метода на полых цилиндрах не вызывает дополнительных технических трудностей по сравнению с измерениями на плоских образцах. Кроме того, если в качестве источника тепла применять импульсную лампу, размещая ее по оси цилиндра, то отпадает необходимость в фокусирующей системе, так как практически вся световая энергия лампы поглощается на внутренней поверхности образца.

Москва

Поступило в редакцию
3.III.1981

ЛИТЕРАТУРА

1. *Parker W. J. et al.*– J. Appl. Phys., 1961, v. 32, N 9, p. 1679.
2. *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967.
3. *Янке Е., Эмбе Ф., Леш Ф.* Специальные функции. М.: Наука, 1977.