

A. G. Ivanov, V. A. Ryzhanskii, The fragmentation of celestial body on its interaction with planetary atmosphere,  
*Dokl. Akad. Nauk*, 1997, Volume 353, Number 3, 334–337

<https://www.mathnet.ru/eng/dan50295>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.168

May 17, 2025, 14:58:31



УДК 521.75+521.73

## ФРАГМЕНТАЦИЯ МАЛОГО НЕБЕСНОГО ТЕЛА ПРИ ЕГО ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С АТМОСФЕРОЙ ПЛАНЕТЫ

© 1997 г. А. Г. Иванов, В. А. Рыжанский

Представлено академиком В.М. Титовым 26.09.94 г.

Поступило 12.07.95 г.

Вопросам взаимодействия малого небесного тела с атмосферой планеты посвящен ряд работ [1–4]. В большинстве из них принято, что при достижении некоторого критического значения аэродинамического сопротивления  $p_{кр} \sim \rho_a V^2$  ( $\rho_a$  – плотность атмосферы,  $V$  – скорость движения тела) происходит интенсивное раздробление тела за время, сравнимое с временем циркуляции звука по телу. С позиций механики разрушения такой подход требует пересмотра, так как не учитывает влияния масштабного фактора на прочность тела. Ниже рассмотрено разрушение тела в атмосфере планеты с учетом влияния этого фактора.

Впервые попытался учесть влияние масштабного фактора Ю.И. Фадеев [5]. При этом была использована первая теория прочности и принята гипотеза равновесия, по которой средний размер осколков устанавливается в соответствии с местным значением  $\rho_a V^2$ . Однако это трудно согласовать с кинетикой дробления тела. Как известно, при постепенном повышении нагрузки тело разрушается на две (реже на три) части. И только “бездефектные” тела в условиях квазистатического нагружения способны выдерживать перенапряжение. В этом случае их разрушение носит взрывной характер. Чтобы преодолеть указанное затруднение, предлагается иной подход.

Примем атмосферу Земли изотермической с толщиной стандартной атмосферы  $H$ , малой в сравнении с радиусом Земли. Тогда зависимость  $\rho_a$  от расстояния до Земли  $z$  ( $0 \leq z \leq \infty$ ) выразится формулой

$$\rho_a = \rho_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right), \quad (1)$$

где  $\rho_0$  – плотность невозмущенной атмосферы у поверхности Земли. Для тела в форме шара зависимость  $V$  от  $z$ , диаметра  $D_0$ , плотности  $\rho_T$ , угла вхождения в атмосферу  $\alpha$  и коэффициента аэродинамического сопротивления  $C_x$  дается выражением:

$$V(z) = V_0 \exp\left[-\frac{3C_x \rho_0 H}{4 \sin \alpha \rho_T D_0} \exp\left(-\frac{z}{H}\right)\right]. \quad (2)$$

Оно получено при решении дифференциального уравнения движения тела в атмосфере Земли

$$\frac{dV}{dt} = -C_x \frac{\rho_a V^2}{\rho_T D} \quad (3)$$

при начальных  $z = \infty$  и  $V = V_0$ . Давление в ударном слое порядка [1]

$$p(z) \sim \rho_a V^2 \quad (4)$$

будет определять напряжение разлома тела  $\sigma$ , так как по мере удаления от полюса лобовой части тела к экватору величина  $p$  будет стремиться к 0. Абляцией тела до его разрушения, теплопроводностью и потерей энергии на излучение будем пренебрегать.

Для упрощения дальнейших расчетов при выяснении физической картины взаимодействия тела с атмосферой планеты допустим:

тело и его осколки имеют сферическую форму;

тело с диаметром  $D_0$  состоит из материала гомогенного, но с достаточным количеством дефектов, так что при накоплении необходимого запаса упругой энергии оно разламывается на две равные части;

критическое для прочности значение  $\sigma = \sigma_*$  определяется выполнением необходимого условия разрушения, состоящего в равенстве запаса упругой энергии тела работе по его разделению надвое. При этом предполагается и автоматическое выполнение достаточного условия разрушения: наличие дефектов, но при значениях удельной (на единицу поверхности) энергии разрушения  $2\gamma$ , на один-два порядка больших, чем в условиях статики.

Подобная ситуация реализуется при интенсивных динамических нагрузках, как, например, при откольном разрушении [6].

Развитие линейной механики разрушения и ее модификаций показало, что хрупкое разрушение характеризуется сильными масштабными эффектами, наглядно проявляющимися у геометрически подобных объектов [7].

Пусть  $\sigma \sim \rho_a V^2$ , тогда упругая энергия в теле с некоторым завышением  $\sim \frac{\rho_a^2 V^4 \pi D^3}{2E \cdot 6}$ , а работа раз-

рушения  $\sim 2\gamma \frac{\pi D^2}{4}$ . Поскольку  $\sigma_*$  является переменным, зависящим от размера тела, процесс разрушения тела при торможении в атмосфере можно представить как цепь последовательных разделенных во времени и пространстве этапов дробления на все более мелкие части по мере нарастания аэродинамического сопротивления. В конце каждого этапа осколки, образовавшиеся на предыдущем этапе, вновь разделяются надвое\*. Необходимое условие 1-го этапа разрушения:

$$\frac{\rho_a^2 V_1^4 \pi D_0^3}{2E \cdot 6} = 2\gamma \frac{\pi D_0^2}{4} \text{ или } \rho_a^2 V_1^4 = \frac{3K_{IC}^2}{D_0}, \quad (5)$$

где  $K_{IC}^2 = 2\gamma E$ . Диаметр осколка будет порядка  $D_1 = D_0/2^{1/3}$ . С учетом изложенного выше условие  $k$ -го этапа дробления ( $k \leq n$ ,  $n$  – номер последнего этапа) будет иметь вид

$$\rho_a^2 V_k^4 = \frac{3K_{IC}^2}{D_{k-1}}, \quad D_k = \frac{D_0}{2^{k/3}}. \quad (6)$$

Выражение (4) может иметь максимум при некотором  $z = z_{\max}$ . Исследуя (4) на экстремум, с учетом (1) и (2), находим, что

$$z_{\max} = H \ln \left[ \frac{3C_x \rho_0 H}{2 \sin \alpha \rho_r D} \right], \quad (7)$$

откуда следует условие отсутствия  $z_{\max}$ :

$$3C_x \rho_0 H \leq 2\rho_r D_k \sin \alpha.$$

Интересно отметить, что, согласно (7),  $z_{\max}$  не зависит от  $V$ . Если условие (6) не будет выполнено на пути до  $z_{\max}$ , то и в дальнейшем дробления тела не будет, а его кинетическая энергия уменьшится в  $e$  раз. Если же (6) выполняется и происходит дробление, то  $z_{\max}$  возрастает вследствие уменьшения  $D_0$  до  $D_1, D_2, \dots, D_n$ . Процесс дробления сопровождается сближением величин  $z_k$  и  $(z_{\max})_k$  вплоть до прекращения дробления.

\* Следуя [1], мы приняли сферическую форму небесного тела. И хотя на две равные части оно делится по площади большого круга, в дальнейшем форма образующихся осколков для упрощения расчетов принимается сферической. Такое несоответствие можно устранить, приняв форму тела в виде прямоугольного параллелепипеда с отношением граней  $2^{1/3} : 1 : 2^{-1/3}$ . При разделении такого тела на две равные части по сечению, перпендикулярному большей грани, образуются параллелепипеды, геометрически подобные исходному. Подобие будет сохраняться и в дальнейшем при аналогичной фрагментации на все более мелкие части.

Рассмотрим в относительных координатах  $x_k = z_k/H$  процесс поэтапного дробления тела. Из (2) и (6) с учетом (1) получаем скорость и координату 1-го этапа:

$$V_1 = V_0 \exp \left[ -A \frac{H}{D_0} \exp(-x_1) \right], \quad (8)$$

$$x_1 + 2A \frac{H}{D_0} \exp(-x_1) + 0.5 \ln \left( \frac{B}{V_0^4} \right) = 0, \quad (9)$$

где

$$x_1 = \frac{z_1}{H}, \quad A = \frac{3C_x \rho_0}{4 \sin \alpha \rho_r}, \quad B = \frac{3K_{IC}^2}{\rho_0^2 D_0}.$$

Используя  $x_1$  и  $V_1$  в качестве начальных условий при интегрировании уравнения (3), можно найти параметры 2-го этапа и т.д. Для  $k$ -го этапа:

$$V_k = V_{k-1} \exp \left\{ A \frac{H}{D_0} 2^{(k-1)/3} \times \right. \\ \left. \times [\exp(-x_{k-1}) - \exp(-x_k)] \right\}, \quad (10)$$

$$x_k + 2A \frac{H}{D_0} 2^{(k-1)/3} [\exp(-x_k) - \exp(-x_{k-1})] + \\ + 0.5 \ln [B \cdot 2^{(k-1)/3} / V_{k-1}^4] = 0 \quad (11)$$

и общее количество осколков составит  $m_k = \left( \frac{D_0}{D_k} \right)^3 = 2^k$ .

Для примера обратимся к Тунгусскому феномену. Примем исходную кинетическую энергию метеорита  $U_0 = 4 \cdot 10^{16}$  Дж, установленную в ряде исследований. Наиболее вероятной скоростью метеорита примем близкую ко 2-й космической  $V_0 = 11000$  м/с. Указанным  $U_0$  и  $V_0$  соответствует масса метеорита  $\sim 6.6 \cdot 10^8$  кг. Задавая  $\rho_r$ , находим  $D_0$ . В расчетах принято:  $\alpha = 17^\circ$  и  $30^\circ$ ,  $\rho_0 = 1.3$  кг/м<sup>3</sup>,  $C_x = 1$  и  $1.5$ ,  $H = 8000$  м, а также  $K_{IC}^2 = 1.6 \cdot 10^7$  Па<sup>2</sup> · м (лед [5]),  $10^{11}$  и  $9 \cdot 10^{11}$  Па<sup>2</sup> · м (песчаник и гранит [9]),  $10^{15}$  Па<sup>2</sup> · м (мягкая сталь [9]).

Результаты расчетов приведены в табл. 1, где, кроме известных обозначений,  $\delta U_n$  – потеря кинетической энергии на  $n$ -м этапе,  $u_y = U_y/U_0$ ,  $U_y$  – энергия осколков при ударе о грунт ( $z = 0$ ):

$$u_y = (V_y/V_0)^2, \quad (12)$$

где

$$V_y = V_n \exp \left\{ A \frac{H}{D_0} 2^{n/3} [\exp(-x_n) - 1] \right\}.$$

Таблица 1. Результаты расчетов

| Серия  | $C_x$ | $\alpha^0$ | $K_{IC}^2, \text{Па}^2 \cdot \text{м}$ | $z_1, \text{км}$ | $n$ | $z_n, \text{км}$ | $m$                 | $D_n, \text{м}$ | $\delta U_n, \%$ | $z_{\text{max}}, \text{км}$ | $u_y, \%$ |
|--|-------|------------|--|------------------|-----|------------------|---------------------|-----------------|------------------|-----------------------------|-----------|
| Л: лед ( $\rho_T = 900 \text{ кг/м}^3, D_0 = 112 \text{ м}$ )        |       |            |  |                  |     |                  |                     |                 |                  |                             |           |
| 1  | 1     | 17         | $1.6 \cdot 10^7$                       | 97.3             | 35  | 59.7             | $3.4 \cdot 10^{10}$ | 0.034           | 31.8             | 57.6                        | ~0        |
| 2  | 1     | 30         | $1.6 \cdot 10^7$                       | 97.3             | 36  | 60.8             | $6.9 \cdot 10^{10}$ | 0.027           | 19.7             | 55.2                        | ~0        |
| 3  | 1.5   | 30         | $1.6 \cdot 10^7$                       | 97.3             | 35  | 61.4             | $3.4 \cdot 10^{10}$ | 0.034           | 21.8             | 53.3                        | ~0        |
| 4  | 1     | 30         | $1.6 \cdot 10^9$                       | 78.9             | 30  | 44.7             | $1.1 \cdot 10^9$    | 0.11            | 39.0             | 43.9                        | ~0        |
| П: песчаник ( $\rho_T = 2200 \text{ кг/м}^3, D_0 = 83.1 \text{ м}$ ) |       |            |  |                  |     |                  |                     |                 |                  |                             |           |
| 1  | 1     | 30         | $10^{11}$                              | 61.2             | 25  | 34.1             | $3.4 \cdot 10^7$    | 0.26            | 24.4             | 29.9                        | ~0        |
| 2  | 1     | 30         | $10^{13}$                              | 42.8             | 18  | 23.0             | $2.6 \cdot 10^5$    | 1.30            | 18.6             | 17.0                        | 0.03      |
| 3*   | 1     | 30         | $10^{11}$                              | 74.3             | 28  | 43.9             | $2.7 \cdot 10^8$    | 0.066           | 28.4             | 40.9                        | ~0        |
| Г: гранит ( $\rho_T = 2700 \text{ кг/м}^3, D_0 = 77.6 \text{ м}$ )   |       |            |  |                  |     |                  |                     |                 |                  |                             |           |
| 1  | 1     | 30         | $9 \cdot 10^{11}$                      | 51.9             | 22  | 27.9             | $4.2 \cdot 10^6$    | 0.48            | 22.9             | 23.4                        | ~0        |
| 2  | 1     | 30         | $9 \cdot 10^{13}$                      | 33.5             | 15  | 17.3             | $3.3 \cdot 10^4$    | 2.43            | 16.4             | 10.4                        | 3.3       |
| Ж: железо ( $\rho_T = 7800 \text{ кг/м}^3, D_0 = 54.5 \text{ м}$ )   |       |            |  |                  |     |                  |                     |                 |                  |                             |           |
| 1  | 1     | 30         | $10^{15}$                              | 21.7             | 13  | 7.9              | $8.2 \cdot 10^3$    | 2.70            | 16.7             | 1.1                         | 40.7      |
| 2  | 1     | 30         | $10^{17}$                              | 3.6              | 3   | 1.1              | 8                   | 27.25           | 5.4              | -17.5                       | 93.3      |

\*Рассчитано для  $V_0 = 30 \text{ км/с}$  (соответственно  $D_0 = 42.6 \text{ м}$ ).

Ряд расчетов выполнен при  $K_{IC}^2$ , в 100 раз больших номинала (серии Л4, П2, Г2, Ж2), поэтому их результаты в большей мере отвечают реально возможному. Для оценки влияния начальной скорости на кинетику дробления тела принято в одном из случаев (серия П3)  $V_0 = 30 \text{ км/с}$ . "Перекачка" энергии метеорита в ударную волну иллюстрируется зависимостями  $\delta U(z)$  на рис. 1.

Характерными параметрами кинетики дробления метеорита являются длина участка траектории между этапами дробления  $l_k = \frac{z_{k-1} - z_k}{\sin \alpha}$  и со-

ответствующий безразмерный интервал времени  $\tau_k = \frac{l_k/V_k}{D_k/C_T}$ . Расчеты по исходным данным табл. 1 показали, что в среднем  $l_k = 2-3 \text{ км}$  и  $\tau_k \gg 1^*$ . Это указывает на квазистатический характер нагружения тела и его осколков.

Из табл. 1 и рис. 1 следует, что взаимодействие с атмосферой прочного метеорита характеризуется стадией А (при  $z \geq z_n$ ) – многоэтапного дробления при квазистатическом нагружении – и следующей за ней стадией Б (при  $z < z_n$ ) – интенсивного торможения роя образовавшихся осколков. Именно на стадии Б может реализоваться эффект "взрыва". Для достаточно прочного тяжелого метеорита стадия Б может и не наступить или быть не полной, как, например, для метеори-

та из железа. Следует отметить относительно слабое влияние принятых значений  $C_x$  и  $\alpha$  на кинетику дробления (серии и кривые Л1–Л3). Увеличение  $K_{IC}^2$  или  $V_0$  приводит к практически эквидистантному сдвигу зависимости  $\delta U(z)$  в область соответственно меньших  $z$  (ср. Л2 и Л4, П1 и П2, Г1 и Г2, Ж1 и Ж2) или больших  $z$  (П1 и П3), так как в этих случаях разрушение возможно при сравнительно большей или меньшей нагрузке (4). В первом случае значения  $z_k, n$  и  $z_{\text{max}}$  уменьшаются, а во втором возрастают.

В рамках принятых допущений можно утверждать, что наиболее вероятным мог быть метеорит из льда. Его относительно низкая температура плавления и малые размеры осколков обуславливают интенсивную абляцию, поэтому вероятность достижения ими поверхности Земли представляется очень малой. Правда, минимальная высота "взрыва", по нашим данным (~30–35 км), расходится с оценкой по свидетельствам очевидцев (~10 км). Однако, учитывая субъективный характер последней и вполне возможное влияние на нее оптических эффектов в атмосфере (как известно, они могут быть достаточно сильными), указанное расхождение можно считать допустимым.

Существенно меньше вероятность метеорита из породы типа песчаника. В этих случаях высоты "взрыва" ~15–20 км ближе к фактической, чем у льда. Однако при этом должны были бы наблюдаться многочисленные кратеры диаметром [8] ~3–4 м, но, как известно, во всей обширной зоне эпицентра взрыва кратеров не обнаружено.

\* Например, для песчаника (серия П1)  $2 \leq l_k \leq 6 \text{ км}$  и  $10 \leq \tau_k \leq 10^4$ .

Итак, главным результатом, полученным с помощью интегрального энергетического критерия разрушения, является растянутость процесса дробления небесного тела в пространстве и во времени на отдельные этапы.

С позиций изложенного выше можно понять и причину распада кометы Шумейкеров–Леви на 20 частей, впоследствии вошедших в атмосферу Юпитера. Предположим, что в предшествующий цикл обращения комета при  $\alpha \approx 0$  проходила через верхние разреженные слои атмосферы Юпитера\* (ее стандартная толщина  $H = 21.86$  км [11]). При этом условии могли реализоваться только несколько этапов дробления кометы. Фактическая дисперсия физико-механических свойств материала ядра кометы может привести к его распаду на нестрого равновеликие части, количество которых поэтому на некоторых этапах может оказаться более двух. Для образования 20 частей потребуется максимум четыре этапа. Так, если на 2-м этапе один из двух осколков разделится на три части, то после 4-го этапа окажется 20 осколков. Последний этап должен был завершиться на минимальном удалении от Юпитера. Имея в виду значительную массу ядра кометы и малое число этапов его распада, снижением скорости движения в атмосфере Юпитера можно пренебречь и учитывать только сильное изменение плотности атмосферы. Такое упрощение позволяет в зависимости от предполагаемого материала ядра оценить по суммарной кинетической энергии его характерный размер, плотность атмосферы и высоту при максимальном сближении с Юпитером, т.е. на 4-м этапе разрушения. Оценим эти параметры.

По различным данным, кинетическая энергия кометы  $U_0$  была эквивалентна энергии взрыва  $\sim 2 \cdot 10^{13} - 10^{15}$  т тротила. Примем для определенности  $U_0 = 10^{14}$  т тротила или  $4.2 \cdot 10^{23}$  Дж. Учитывая сильно вытянутую орбиту кометы, примем ее максимальную скорость  $V$  близкой ко 2-й космической для Юпитера ( $\sim 60$  км/с). Следовательно, масса ядра составляет  $\sim 2.3 \cdot 10^{14}$  кг, а его размер в случаях льда, горной породы (типа гранита) или железа соответственно  $D_0 \approx 7.87, 5.46$  или  $3.83$  км. Перед 4-м этапом дробления ( $k = 3$ ) средний размер осколков ядра, согласно (8), составлял  $D_0/2$ , поэтому из (7) следует для 4-го этапа:  $\rho_a =$

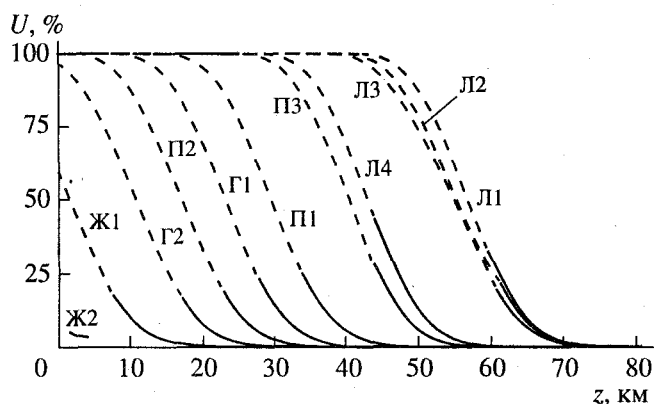


Рис. 1. Потеря энергии метеорита при торможении в атмосфере Земли. Кривые помечены номерами соответствующих серий в табл. 1. Сплошная линия – стадия А, штриховая – стадия Б.

$= (6K_{IC}^2/D_0V^4)^{1/2}$ . Приняв, согласно табл. 1, для льда, гранита или железа  $K_{IC}^2 = 1.6 \cdot 10^9, 9 \cdot 10^{13}$  или  $10^{17}$  Па<sup>2</sup> · м, получаем соответственно  $\rho_a \approx 3 \cdot 10^{-7}, 10^{-4}$  или  $3 \cdot 10^{-3}$  кг/м<sup>3</sup>. При этом использование формулы атмосферы Юпитера [11] (для  $z > 350$  км)  $\rho_a = 1.5 \cdot 10^{-4} \exp[-(z - 350)/21.86]$  показывает, что распад кометы Шумейкеров–Леви должен был завершиться соответственно на высотах  $z \approx 640, 510$  или  $440$  км.

Авторы признательны А.Г. Федоренко за помощь при проведении расчетов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Григорян С.С. // ДАН. 1976. Т. 231. № 1. С. 57–60.
2. Зоткин И.Т., Цыкулин М.А. // ДАН. 1966. Т. 167. № 1/3. С. 59–62.
3. Коробейников В.П., Чушкин П.И., Шурилов Л.В. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1974. № 3. С. 94–100.
4. Войцеховский Б.В. // ФГВ. 1980. № 5. С. 5–8.
5. Фадеев Ю.И. // ФГВ. 1967. № 2. С. 278–280.
6. Иванов А.Г. // ПМТФ. 1994. № 3. С. 116–131.
7. Иванов А.Г. // ДАН. 1991. Т. 321. № 1. С. 28–32.
8. Иванов Б.А. В сб.: Механика. Новое в зарубежной науке. Удар, взрыв и разрушение. М.: Мир, 1981. Сер. 26. С. 231.
9. Уикс У.Ф., Ассур А. В сб.: Разрушение. М.: Мир, 1976. Т. 7. Ч. 1. С. 513–623.
10. Григорян С.С. // ДАН. 1994. Т. 338. № 6. С. 752–754.
11. Коробейников В.П., Власов В.И., Волков Д.Б. // Мат. моделирование. 1994. Т. 6. № 8. С. 61–75.

\* Такое предположение выражено и в [10]. Согласно механизму, предложенному в [10] и описанному ранее в [1], дробление тела протекает при  $\sigma_*$  за время  $t_* \sim 1$  с последующим “растеканием” раздробленной массы. Однако настоящее сообщение и посвящено критическому пересмотру этой концепции разрушения.