В частности, когда $k=m$, все $(2m+2)$ вещественных инвариантов определяются с помощью матрицы D, которая в этом случае принимает вид $D=(\overline{X}^T-\overline{Y}^T)E_1 i(X-Y)$.

В случае, когда плоскости X и Y являются квазисимплектическими, но непараболическими, $(2k-2m)$ вещественных инвариантов этих плоскостей можно получить с помощью матрицы W, а остальные $(2m+2)$ вещественных инвариантов—с помощью матрицы, аналогичной матрице D.

В случае, когда плоскости X и Y являются параболическими, соответствующие им в структуре пространства $\overline{S}p_n^m(i, j)$ плоскости U и V не определены однозначно; их надо выбрать так, чтобы X не пересекалась с U, а Y—с V (поляризация!). Тогда можно воспользоваться матрицей W.

§ 5. Симплектические инварианты комплексных n-цепей

Нормальная комплексная n-цепь пространства $\overline{S}p_n^m(i, j)$ с уравнением $x=-ixi$ (см. [6]) при симплектическом преобразовании $y=Ux$ перейдет в n-цепь с уравнением $y=-UiU^{-1}yi$. Сравнивая эти уравнения, видим, что матрица $A=-UiU^{-1}i$ характеризует (правда, неоднозначно) образ данной цепи. Эту матрицу назовем *матричной координатой n-цепи*. При симплектическом преобразовании $x'=Ux$ матричная координата A нормальной комплексной n-цепи преобразуется по формуле $A'=-UAiU^{-1}i$.

Теорема 6. *Собственные числа комплексной матрицы, представляющей кватернионную матрицу $AiBi$, где A и B — матричные координаты двух нормальных комплексных n-цепей пространства $\overline{S}p_n^m(i, j)$, являются симплектическими инвариантами этих цепей.*

Доказательство. Нормальные n-цепи с координатами A и B в результате симплектического преобразования перейдут в n-цепи с координатами $A'=-UAiU^{-1}i$ и $B'=-UBiU^{-1}i$. Произведение матриц $A'i$ и $B'i$ имеет вид $U(AiBi)U^{-1}$. Следовательно, матрицы $A'iB'i$ и $AiBi$ подобны; поэтому представляющие их комплексные матрицы имеют соответственно одинаковые собственные числа.

Аналогично находятся симплектические инварианты остальных образов симметрии пространства $\overline{S}p_n^m(i, j)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Розенфельд Б. А. Неевклидовы пространства.— М., 1969.— 547 с.
2. Персиц Д. Б. Геометрия над вырожденными октавами.— ДАН СССР, 1967, т. 173, № 5, с. 1010—1013.
3. Горжалцан И. М. Фундаментальная группа преобразований пространства $\overline{S}p_n^m(i, j)$ и ее расширение.— Изв. вузов. Матем., 1971, № 6, с. 24—32.
4. Розенфельд Б. А. Неевклидовы геометрии.— М., 1955.— 744 с.
5. Fuhrmann A. Klasse ähnlicher Matrizen als verallgemeinerte Doppelverhältnisse.—Math. Z., 1955, Bd. 62, № 3, S. 211—240.
6. Горжалцан И. М. Плоскости и комплексные цепи в кватернионном пространстве $\overline{S}p_n^m(i, j)$.— ВИНИТИ, № 2469—76 Деп., 1976.

г. Горький

Поступила
8 IV 1980

В. М. Зубов

УДК 517.927

К ТЕОРИИ ОБОБЩЕННОЙ ФУНКЦИИ ГРИНА

Настоящей заметкой продолжены исследования [1]—[4]. Предлагаются следующие результаты. Вводится понятие дефектной функции и дефекта обобщенной функции Грина для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Если k — размерность базиса ядра оператора, порожденного краевой задачей, η — дефект обобщенной функции Грина, то $2(k-\eta)$ базисных элементов и 2η дефектных функций определяют единственную обобщенную функцию Грина. Она является обычной функцией Грина $\Gamma(t, s)$ многозначного интегро-дифференциального оператора. Для этого оператора построен сопряженный так, что функция $G(t, s)\overset{\text{def}}{=}\Gamma(s, t)$ является его обычной функцией Грина. Указаны интегральные уравнения, эквивалентные исходной и сопряженной краевым задачам на собственные значения. К интегральным уравнениям эти задачи сводятся с помощью обобщенной функции Грина, дефект которой $\eta=0$. Отметим, что

многие факты теории краевых задач на собственные значения являются следствием аналогичных фактов для интегральных уравнений, к которым сводятся краевые задачи с помощью обычной функции Грина. Известным методом обобщенная функция Грина не может быть использована для перехода к интегральному уравнению. Информация об обобщенной функции Грина из первой части настоящей заметки и некоторые результаты работы [4] позволяют найти путь такого перехода.

1°. *Исходные данные и вспомогательные утверждения.* Предполагается, что размерность ядра оператора T, порожденного краевой задачей

$$Ly \overset{\text{def}}{=} \dot{y} + A(t)\,y = f(t),\quad ly \overset{\text{def}}{=} My(\alpha) + Ny(\beta) = 0, \tag{1}$$

равна k : $\dim\ker T = k$. В (1) $y : I \to U_{n1}$ — неизвестная абсолютно непрерывная функция с производной, принадлежащей гильбертову пространству $L_2[\alpha, \beta]$ функций, интегрируемых с квадратом, U_{ij} — линейное пространство вещественных матриц порядка $i \times j$, $I \overset{\text{def}}{=} [\alpha, \beta]$; функции $A : I \to U_{nn}$, $f : I \to U_{n1} \in L_2[\alpha, \beta]$; M, $N \in U_{nn}$. В [1] доказано, что весь класс обобщенных функций Грина $\Gamma : I \times I \to U_{nn}$ задачи (1) имеет вид

$$\Gamma(t, s) = G_0(t, s) + И(t)\,B(s) + \Omega(t)\,\psi(s). \tag{2}$$

Здесь G_0 — одна из обобщенных функций Грина задачи (1), определенная в [4]; столбцы $И_1, \ldots, И_k$ матричной функции $И : I \to U_{nk}$ порождают базис ядра оператора T, а строки $\psi_1, \ldots, \psi_k$ матричной функции $\psi : I \to U_{kn}$ порождают базис ядра оператора T^+, сопряженного к оператору T (T^+ определяется краевой задачей

$$L^+z \overset{\text{def}}{=} -\dot{z} + zA(t) = g(t),\quad l^+z \overset{\text{def}}{=} z(\alpha)\,P + z(\beta)\,Q = 0,\quad MP = NQ).$$

Конкретизируем эти базисы теоремой 2 из [4], сформулированной относительно функции G_0. (Предположим, что произвольные абсолютно непрерывные функции $B : I \to U_{kn}$, $\Omega : I \to U_{nk}$ из (2) удовлетворяют соответственно краевым условиям $l^+z = 0$, $ly = 0$. Определим строки $\omega_1, \ldots, \omega_k$ (столбцы $\Psi_1, \ldots, \Psi_k$) матричной функции $\omega : I \to U_{kn}$ ($\Psi : I \to U_{nk}$) условиями $\int \omega_i(s)\,И_j(s)\,ds = \delta_{ij}$ $\left(\int \psi_i(s)\,\Psi_j(s)\,ds = \delta_{ij}\right)$, δ_{ij} — символ Кронекера, $\int \overset{\text{def}}{=} \int_\alpha^\beta$, $i, j = 1, \ldots, k$.

Определение 1. Функцию $\gamma : I \to U_{n1}$ ($\delta : I \to U_{1n}$) из $L_2[\alpha, \beta]$ назовем дефектной для Γ, если $\int \Gamma(t, s)\,\gamma(s)\,ds \equiv 0$ $\left(\int \delta(t)\,\Gamma(t, s)\,dt \equiv 0\right)$ на I.

Из теоремы 4 [4], которая описывает структуру дефектных функций, легко получить, что наибольшее число линейно независимых дефектных функций γ и δ для Γ одно и то же. Поэтому имеет смысл

Определение 2. Наибольшее число η линейно независимых дефектных функций γ назовем дефектом обобщенной функции Грина Γ.

Из теоремы 4 [4] следует, что $0 \leqslant \eta \leqslant k$, $k = \dim\ker T$. Если обобщенная функция Грина Γ имеет дефект $\eta = 0$ (т. е. Γ^0 замкнута) и [4]:

$$\int \gamma(t)\,\Gamma^0(t, s)\,dt = \psi(s),\quad \int \Gamma^0(t, s)\,\rho(s)\,ds = И(t), \tag{3}$$

то $\det \nabla_\gamma \overset{\text{def}}{=} \det \int \gamma(s)\,И(s)\,ds \neq 0$, $\det \nabla_\rho \overset{\text{def}}{=} \det \int \psi(s)\,\rho(s)\,ds \neq 0$. Поэтому найдутся функции $\tilde{\gamma} : I \to U_{kn}$, $\tilde{\rho} : I \to U_{nk}$, для которых справедливы соотношения

$$\begin{gathered}\int \Gamma^0(t, s)\,\tilde{\rho}(s)\,ds = И(t)\,\nabla_\gamma^{-1} \overset{\text{def}}{=} \overline{И}(t),\\ \int \tilde{\gamma}(t)\,\Gamma^0(t, s)\,dt = \nabla_\rho^{-1}\,\psi(s) \overset{\text{def}}{=} \bar{\psi}(s).\end{gathered} \tag{4}$$

Рассмотрим далее обобщенную функцию Грина Γ^η, дефект которой равен η, и $\gamma_1^\eta, \ldots, \gamma_\eta^\eta$; $\rho_1^\eta, \ldots, \rho_\eta^\eta$ — ее дефектные функции. Тогда найдутся функции $\psi_{i_1}, \ldots, \psi_{i_\eta}$; $И_{i_1}, \ldots, И_{i_\eta}$, для которых справедливы равенства

$$\int \gamma_\beta^\eta(s)\,И_{i_\theta}(s)\,ds = \delta_{\beta\theta},\quad \int \psi_{i_\theta}(s)\,\rho_\beta^\eta(s)\,ds = \delta_{\theta\beta}, \tag{5}$$

δ_{ij} — символ Кронекера. Нетрудно показать, что обобщенная функция Грина задачи (1) $\Gamma^{\eta-\Delta}(t, s) = \Gamma^{\eta}(t, s) + \sum_{\theta=1}^{\Delta} И_{i_\theta}(t)\psi_{i_\theta}(s)$, $1 \leqslant \Delta \leqslant \eta$, $1 \leqslant i_\theta \leqslant \eta$, $i_1 < i_2 < \ldots < i_\eta$, имеет дефект, равный $\eta - \Delta$. Ее дефектные функции получим, исключая из совокупности $\gamma_1^\eta, \ldots, \gamma_\eta^\eta$; $\rho_1^\eta, \ldots, \rho_\eta^\eta$ функции $\gamma_{i_1}^\eta, \ldots, \gamma_{i_\Delta}^\eta$; $\rho_{i_1}^\eta, \ldots, \rho_{i_\Delta}^\eta$. Если теперь определить соотношения (3), (4) для только что построенной функции Γ^0, то для Γ^η будут справедливы равенства

$$\int \Gamma^\eta(t, s)\,\tilde{\rho}_{j_\theta}(s)\,ds = \bar{И}_{j_\theta}(t), \quad \int \tilde{\gamma}_{j_\theta}(t)\,\Gamma^\eta(t, s)\,dt = \bar{\psi}_{j_\theta}(s). \tag{6}$$

Здесь индексы функций $\tilde{\gamma}_{j_\theta}$, $\tilde{\rho}_{j_\theta}$ принимают значения из множества $1, 2, \ldots, k$, отличные от $i_1, i_2, \ldots, i_\eta$; последние индексы совпадают с индексами функций $\psi_{i_1}, \ldots, \psi_{i_\eta}$; $И_{i_1}, \ldots, И_{i_\eta}$, входящих в (5). Функции $\tilde{\rho}_{j_\theta}$, $\bar{И}_{j_\theta}$ ($\tilde{\gamma}_{j\theta}$, $\bar{\psi}_{j_\theta}$) суть столбцы (строки) матриц $\tilde{\rho}$, $\bar{И}$ ($\tilde{\gamma}$, $\bar{\psi}$).

Таким образом, с помощью незамкнутой обобщенной функции Грина Γ^η, дефект которой равен η, можно получить $k - \eta$ базисных элементов ядра оператора T и ядра оператора T^+

Соотношения

$$\int \gamma_i^\eta(t)\,\Gamma^\eta(t, s)\,dt \equiv 0, \quad \int \Gamma^\eta(t, s)\,\rho^\eta(s)\,ds \equiv 0, \tag{7}$$

$i = 1, \ldots, \eta$, и $2(k - \eta)$ соотношений (6) определяют в совокупности (2) единственную обобщенную функцию Грина. Действительно, пусть $\gamma(\rho)$ — это $k \times n$ $(n \times k)$-матрица, строки (столбцы) которой суть $\gamma_i^\eta(\rho_i^\eta)$, $i = 1, \ldots, \eta$, $\tilde{\gamma}_{j_\theta}(\tilde{\rho}_{j_\theta})$, $\theta = 1, \ldots, k - \eta$. Пусть $\psi_0(И_0)$ — это $k \times n$ $(n \times k)$-матрица, у которой η строк (столбцов) нулевые, а остальные строки (столбцы) — это строки (столбцы) матрицы $\bar{\psi}(\bar{И})$, определенные равенствами (6). Тогда функция (2) удовлетворяет соотношениям $\int \gamma(t)\,\Gamma(t, s)\,dt = \psi_0(s)$, $\int \Gamma(t, s)\,\rho(s)\,ds = И_0(t)$, если и только если

$$\begin{gathered} \psi_0(s) = \int \gamma(t)\,G_0(t, s)\,dt + \int \gamma(t)\,И(t)\,dt B(s) + \int \gamma(t)\,\Omega(t)\,dt\psi(z), \\ И_0(t) = \int G_0(t, s)\,\rho(s)\,ds + И(t)\int B(s)\,\rho(s)\,ds + \Omega(t)\int \psi(s)\,\rho(s)\,ds. \end{gathered} \tag{8}$$

Решением последней системы будут функции

$$\begin{gathered} B(s) = -\nabla_\gamma^{-1}\int \gamma(t)\,G_0(t, s)\,dt, \\ \Omega(t) = \left[И_0(t) + \bar{И}(t)\iint \gamma(t)\,G_0(t, s)\,\rho(s)\,ds dt - \int G_0(t, s)\,\rho(s)\,ds\right]\nabla_\rho^{-1}. \end{gathered} \tag{9}$$

Единственность функции Γ^η следует из того, что выражение $И(t)B(s) + \Omega(t)\psi(s)$, найденное при B, Ω, определенных формулами (9), имеет одно и то же значение и для любых решений системы (8).

2°. *Основные результаты.*

Теорема 1. *Обобщенная функция Грина Γ^η задачи* (1) *является обычной функцией Грина краевой задачи для многозначного интегро-дифференциального оператора*

$$\begin{gathered} Uy \equiv \dot{y} + A(t)\,y + \sum_{\theta=1}^{k-\eta} \alpha_{j_\theta}(t)\int \tilde{\gamma}_{j_\theta}(s)\,y(s)\,ds + \sum\nolimits_1^k \alpha_i(t)\,\beta_i = f(t), \\ Ly = 0, \quad \int \gamma_i^\eta(s)\,y(s)\,ds = 0, \quad i = 1, \ldots, \eta, \quad \beta_i = \text{const}, \\ \alpha_i(t) = \Psi_i(t) - (L\Omega_i)(t). \end{gathered} \tag{10}$$

Доказательство. Условия (6), (7) определяют в совокупности (2) единственную обобщенную функцию Грина Γ^η. Она будет обычной функцией Грина задачи (10) потому, что $\forall f$, $f \in L_2[\alpha, \beta]$, найдутся $\beta_1, \ldots, \beta_k$, при которых $y(t) = \int \Gamma^\eta(t, s) f(s)\, ds$ есть решение (10). Действительно, $y(t)$ удовлетворяет краевым условиям задачи (10). Далее, $(Uy)(t) = f(t)$, если β_i есть значение функционала $\beta_i(f) = \int \beta_i(s) f(s)\, ds$ на элементе f, а $\beta_i(s) = \psi_i(s)$, $i = 1, \ldots, k$, $i \neq j_1, \ldots, j_{k-\eta}$ и $\beta_i(s) = \psi_i(s) - \overline{\psi}_i(s)$, $i = j_1, \ldots, j_{k-\eta}$. Отметим, что если $\eta = 0$, то теорема 1 переходит в теорему 5 из [4].

Аналогично проверяется

Теорема 2. *Функция* $G(t, s) \overset{\text{def}}{=} \Gamma^\eta(s, t)$ *является функцией Грина задачи*

$$U^+ z \overset{\text{def}}{=} -\dot{z} + zA(t) + \sum_{\theta=1}^{k-\eta} \int z(s) \widetilde{\rho}_{j_\theta}(s)\, ds\, \Delta_{j_\theta}(t) + \sum_1^k \alpha_i \Delta_i(t) = g(t),$$

$$l^+ z = 0, \quad \int z(s)\, \rho_i^\eta(s)\, ds = 0, \quad i = 1, \ldots, \eta, \quad \alpha_i = \text{const}, \quad \Delta_i(t) = \omega_i(t) - (L^+ B_i)(t). \tag{11}$$

Таким образом, если $z(t) = \int g(s) G(t, s)\, ds$, то $\forall g$ функция $z(\cdot)$ удовлетворяет краевым условиям (11) и $(U^+ z)(t) = g(t)$, если α_i есть значение функционала $\alpha_i(g) = \int g(s) \alpha_i(s)\, ds$ на элементе g, а $\alpha_i(s) = И_i(s)$, $i = 1, \ldots, k$, $i \neq j_1, \ldots, j_{k-\eta}$ и $\alpha_i(s) = И_i(s) - \overline{И}_i(s)$, $i = j_1, \ldots, j_{k-\eta}$.

Рассмотрим задачу на собственные значения

$$\dot{y} + A(t) y = \lambda y, \quad ly = 0, \tag{12}$$

и ей сопряженную

$$-\dot{z} + zA(t) = \mu z, \quad l^+ z = 0. \tag{13}$$

Теорема 3. *Функция* $y : I \to U_{n1}$ *является решением задачи* (12) *тогда и только тогда, когда она удовлетворяет уравнению*

$$y(t) = \int [\lambda \Gamma^0(t, s) + И(t) \nabla_\gamma^{-1} \gamma(s)]\, y(s)\, ds, \tag{14}$$

где $\Gamma^0 : I \times I \to U_{nn}$*—обобщенная функция Грина задачи* (1) *с дефектом* $\eta = 0$, *определенная соотношениями* (3).

Теорема 4. *Функция* $z : I \to U_{1n}$ *есть решение задачи* (13), *если и только если она удовлетворяет уравнению*

$$z(s) = \int z(t) [\mu \Gamma^0(t, s) + \alpha(t) \psi(s)]\, dt, \tag{15}$$

где $\alpha(t) = \Psi(t) - (L\Omega)(t)$.

Докажем теорему 4 (теорема 3 доказывается аналогично). Перепишем задачу (13) в виде

$$U^+ z \overset{\text{def}}{=} -\dot{z} + zA(s) + \int z(\tau) \alpha(\tau)\, d\tau\, \nabla_\gamma (\omega(s) - (L^+ B)(s)) =$$

$$= \mu z + \int z(\tau) \alpha(\tau)\, d\tau\, \nabla_\gamma (\omega(s) - (L^+ B)(s)), \quad l^+ z = 0. \tag{16}$$

Так как Γ^0 — функция Грина задачи $U^+ z = 0$, $l^+ z = 0$, то (16) эквивалентна уравнению

$$z(s) = \int \left[\mu z(t) + \int z(s) \alpha(s)\, ds\, \nabla_\gamma (\omega(t) - (L^+ B)(t)) \right] \Gamma^0(t, s)\, dt. \tag{17}$$

Но

$$\int (\omega(t) - (L^+ B)(t)) \Gamma^0(t, s)\, dt = \nabla_\gamma^{-1} \psi(s). \tag{18}$$

Докажем это равенство. Справедливо соотношение [4]: $\int \Gamma^0(t, s) \alpha_1(s)\, ds = И(t)$, $\alpha_1(t) = (\Psi(t) - (L\Omega)(t)) \nabla_\gamma$. Рассмотрим функцию $G(t, s) = \Gamma^0(t, s) - И(t) \left(\int \psi(\tau) \alpha_1(\tau)\, d\tau \right)^{-1} \psi(s) = \Gamma^0(t, s) - И(t) \nabla_\gamma^{-1} \psi(s)$. На основании теоремы 2 она является матрицей Грина для задачи

$-\dot{z}+zA(s)+c(\omega(s)-(L^{+}B)(s))=g(s),\ l^{+}z=0,\ \int z(s)\alpha(s)\,ds=0,\ c\in U_{1k}$. Но тогда (см. теорему 4 в [5]) $\int(\omega(t)-(L^{+}B)(t))G(t,s)\,dt\equiv 0$, т. е. $\int(\omega(t)-(L^{+}B)(t))\Gamma^{0}(t,s)\,dt=\nabla_{\gamma}^{-1}\psi(s)$. Итак, соотношение (18) доказано. Поэтому уравнение (17) эквивалентно (15). Отметим, что частный случай теоремы 3 приведен в [4] (это теорема 7).

Замечание 21.3 из [6] (с. 341) показывает, что если $\int\psi(s)f(s)\,ds=0$, то решение $y(t)$ задачи

$$Uy\overset{\text{def}}{=}\dot{y}+A(t)y+\alpha(t)\int\gamma(s)y(s)\,ds=f(t),\quad ly=0, \tag{19}$$

где γ определяется соотношением $\int\gamma(t)\Gamma^{0}(t,s)\,dt=\psi(s)$ [4], а Γ^{0} — обобщенная функция Грина с нулевым дефектом, является и решением задачи (1). Из того, что Γ^{0} является обычной функцией Грина задачи (19), следует более полная и окончательная информация о связи решений задач (1) и (19). А именно, решение задачи (19) $\forall f,\ f\in L_2[\alpha,\beta]$, является решением задачи $Ly=f(t)-\alpha(t)\int\psi(s)f(s)\,ds,\ ly=0$; каждое решение $y(t)$ задачи (1), удовлетворяющее условию $\int\gamma(s)y(s)\,ds=0$ (оно существует и единственно), является решением задачи (19).

ЛИТЕРАТУРА

1. Зубов В. М. К вопросу об обобщенных матрицах Грина.—Матем. заметки, 1974, т. 15, № 1, с. 113—120.
2. Зубов В. М. О некоторых свойствах обобщенных матриц Грина линейных дифференциальных операторов.—Дифференц. уравнения, 1974, т. X, № 6, с. 996—1002.
3. Зубов В. М. Условия замкнутости обобщенных матриц Грина.—Тр. Моск. ин-та хим. машиностр., 1974, вып. 53, с. 61—63.
4. Зубов В. М. К теории обобщенной матрицы Грина.—Изв. АН БССР. Сер. физ.-матем. н., 1977, № 1, с. 55—61.
5. Кабак Г. И., Ландо Ю. К. О минимальной матрице Грина многозначного дифференциального оператора.—Дифференц. уравнения, 1976, т. XII, № 6, с. 978—982.
6. Вайнберг М. М., Треногин В. А. Теория ветвления решений нелинейных уравнений.—М., 1969.—527 с.

г. Новополоцк

Поступила
5 VII 1977

В. Л. Крепкогорский

УДК 517.85

ОБ ИНТЕРПОЛЯЦИИ В ПРОСТРАНСТВАХ БЕСОВА

В настоящей заметке для пространств Бесова $B^{s}_{p,q}(R_n)$ получены интерполяционные теоремы, использующие слабые условия.

Пусть $-\infty<s<\infty$, $1\leqslant q\leqslant\infty$. Определим банаховы пространства последовательностей

$$l^{s}_{q}=\left\{\xi\mid\xi=\{\xi_j\}_{j=0}^{\infty};\quad \xi_j\in C;\quad \|\xi\|_{l^{s}_{q}}=\left(\sum_{j=0}^{\infty}(2^{js}|\xi_j|)^{q}\right)^{1/q}<\infty\right\}$$

при $1\leqslant q<\infty$ и

$$l^{s}_{\infty}=\{\xi\mid\xi=\{\xi_j\}_{j=0}^{\infty};\quad \xi_j\in C;\quad \|\xi\|_{l^{s}_{\infty}}=\sup 2^{js}|\xi_j|<\infty\}.$$

Пусть $S(R_n)$—пространство основных функций, $S'(R_n)$—пространство медленно растущих распределений, а F—преобразование Фурье. Введем специальную систему функций $\{\varphi_k\}_{k=0}^{\infty}$, обладающую следующими свойствами:

1) $\varphi_k(x)\in S(R^n)$, $(F\varphi_k)(t)\geqslant 0$, если $k=0,1,2,\ldots$;

2) найдется такое натуральное число N, что $\operatorname{supp}F_{\varphi_k}\subset\{t\mid t\in R^n,\ 2^{k-N}\leqslant|t|\leqslant 2^{k+N}\}$ для любого $k=1,2,\ldots$ и $\operatorname{supp}F\varphi_0\subset\{t\mid t\in R^n,\ |t|\leqslant 2^{n}\}$;