

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Д. А. Губайдуллин, А. А. Никифоров, Акустические возмущения в смеси жидкости с пузырьками пара и газа, *ТВТ*, 2010, том 48, выпуск 2, 188–192

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.171

11 декабря 2024 г., 18:22:24



УДК 532.529:534.2

## АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЗМУЩЕНИЯ В СМЕСИ ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ ПАРА И ГАЗА

© 2010 г. Д. А. Губайдуллин, А. А. Никифоров

*Учреждение Российской академии наук Институт механики и машиностроения*

*Казанского научного центра РАН*

Поступила в редакцию 11.03.2009 г.

Представлены результаты теоретического изучения распространения звуковых возмущений в смесях жидкости с парогазовыми пузырьками при учете межфазного диффузионного массообмена. Получено единое общее дисперсионное соотношение, определяющее распространение гармонических возмущений в двухфазных смесях жидкости с пузырьками пара и газа в плоском, сферическом и цилиндрическом случаях. Выполнены численные расчеты эволюции слабых импульсных возмущений давления разной геометрии в жидкостях с парогазовыми пузырьками при различных значениях параметров среды. Показано, что с ростом начальной концентрации пара в парогазовых пузырьках скорость распространения волн существенно уменьшается, а их затухание значительно возрастает. При этом влияние паросодержания на динамику акустических возмущений существенно увеличивается с ростом начального объемного содержания пузырьков. Показана немонотонная зависимость затухания импульсного возмущения давления от начального радиуса пузырьков в жидкостях с парогазовыми пузырьками при наличии фазовых превращений.

### ВВЕДЕНИЕ

Теоретическому исследованию распространения гармонических возмущений в пузырьковых жидкостях посвящено значительное количество работ. Различные проблемы акустики смесей жидкостей с пузырьками газа или пара рассмотрены в известных монографиях [1, 2]. В [3] для смеси жидкости с газовыми пузырьками получена дисперсионная зависимость волнового числа от частоты колебаний и теплофизических свойств фаз в плоском случае, показана необходимость учета сжимаемости несущей фазы для задач акустики пузырьковых жидкостей. Задача о распространении малых плоских возмущений в жидкости с пузырьками газа в полидисперсном случае рассмотрена в [4]. В работе [5] рассмотрены парогазовые пузырьки, совершающие малые радиальные колебания в жидкости под действием акустического поля. Показано, что капиллярные эффекты и фазовые переходы в совокупности приводят к новой резонансной частоте мелких паровых пузырьков, отличной от миннаэртговской. В [6] исследовано распространение малых возмущений в смеси жидкости с парогазовыми пузырьками в плоском случае. Выявлено влияние тепло-массообмена на скорость распространения и затухание малых возмущений. Приведены результаты расчета дисперсионных кривых. В работе [7] распространение малых плоских возмущений в пузырьковых жидкостях исследовано на основе линеаризованных уравнений двухскоростного движения. Показано несущественное влияние относительного

поступательного движения на дисперсию и диссипацию малых возмущений. Модель распространения плоских волн давления малой амплитуды в смеси жидкости с пузырьками газа представлена в работе [8]. Показано, что модель работает хорошо при объемных содержаниях дисперсной фазы 1%–2% и только для дорезонансных частот. В [9] выполнено сравнение теории с известными экспериментальными данными по скорости распространения и затуханию волн в смесях воды с пузырьками воздуха. Показана немонотонная зависимость затухания импульсного возмущения давления от начального радиуса пузырьков. Интересные результаты применительно к волновой динамике пузырьковых сред получены в [10, 11].

### СЛАБЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ В ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ ПАРА И ГАЗА С УЧЕТОМ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

В системе координат, связанной с невозмущенной средой, линеаризованные уравнения сохранения массы, импульсов, числа пузырьков, энергии и пульсационного движения для смеси жидкости с пузырьками пара и газа имеют вид

$$\frac{\partial \rho_1'}{\partial t} + \rho_{10} \left( \frac{\partial v_1'}{\partial r} + \theta \frac{v_1'}{r} \right) = -J,$$

$$\frac{\partial \rho_2'}{\partial t} + \rho_{20} \left( \frac{\partial v_2'}{\partial r} + \theta \frac{v_2'}{r} \right) = J,$$

$$\frac{\partial p_2'}{\partial t} + \rho_{20} \left( \frac{\partial v_2'}{\partial r} + \theta \frac{v_2'}{r} \right) = J,$$

$$\frac{\partial n'}{\partial t} + n_0 \left( \frac{\partial v_2'}{\partial r} + \theta \frac{v_2'}{r} \right) = 0,$$

$$\rho_{10} \frac{\partial v_1'}{\partial t} = -\alpha_{10} \frac{\partial p_1'}{\partial r} - f,$$

$$\rho_{20} \frac{\partial v_2'}{\partial t} = -\alpha_{20} \frac{\partial p_1'}{\partial r} + f,$$

$$\rho_{10} c_1 \frac{\partial T_1'}{\partial t} = n_0 q_{1\Sigma},$$

$$\rho_{20} c_2 \frac{\partial T_2'}{\partial t} = \alpha_{20} \frac{\partial p_2'}{\partial t} + n_0 q_{2\Sigma},$$

$$n_0 q_{1\Sigma} + n_0 q_{2\Sigma} = -l_0 J,$$

$$\frac{\partial a'}{\partial t} = w' + \frac{J}{4\pi a_0^2 n_0 \rho_{10}^{\circ}},$$

$$w' = w'_R + w'_A,$$

$$a_0 \frac{\partial w'_R}{\partial t} + 4 \frac{v_1}{a_0} w'_R = \frac{p_2' - p_1'}{\rho_{10}^{\circ}},$$

$$w'_A = \frac{p_2' - p_1'}{\rho_{10}^{\circ} C_1 \alpha_{20}^3},$$

$$\rho_i = \rho_i^{\circ} \alpha_i, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad i = 1, 2, \quad \alpha_2 = \frac{4}{3} \pi a^3 n,$$

$$c_2 = k_V c_{pV} + k_G c_{pG}, \quad k_V + k_G = 1, \quad k_i = \frac{\rho_i}{\rho_2}, \quad i = V, G.$$

Здесь и далее  $\rho^{\circ}$ ,  $\rho$  – истинная и средняя плотности,  $v$  – скорость,  $p$  – давление,  $n$  – число пузырьков в единице объема смеси,  $T$  – температура,  $w$  – скорость радиального движения пузырьков,  $a$  – радиус пузырька,  $q_{i\Sigma}$  – интенсивность теплообмена между  $i$ -ой фазой и поверхностью отдельного пузырька,  $f$  – сила межфазного взаимодействия,  $J$  – интенсивность фазовых переходов,  $\alpha$  – объемное содержание,  $l$  – удельная теплота парообразования,  $k_i$  – массовая концентрация  $i$ -го компонента дисперсной фазы,  $c$  – удельная теплоемкость,  $\nu_1$  – кинематическая вязкость жидкости. Нижние индексы 1 и 2 относятся к параметрам несущей и дисперсной фаз, индексы  $V$  и  $G$  – соответственно к паровому и газовому компонентам дисперсной фазы; индекс  $\Sigma$  – к поверхности раздела фаз, индекс 0 – начальное невозмущенное состояние, штрихи обозначают возмущения параметров. При значении параметра  $\theta = 0$  описываются плоские волны в декартовых координатах, при  $\theta = 1$  – цилиндрические волны в цилиндрических координатах, при  $\theta = 2$  – сферические волны в сферических координатах. Согласно уточнению, приведенному в [3], будем полагать, что скорость радиального движения пузырьков  $w$  состоит из двух слагаемых:  $w_R$  и  $w_A$ , где  $w_A$  – акустическая добавка, определяемая из решения задачи о сферической разгрузке

сферического пузырька в несущей жидкости в акустическом приближении.

Запишем уравнения состояния двухфазной смеси и условие насыщенности пара на поверхности раздела фаз в линеаризованном виде:

$$p_1' = C_1^2 p_1^{\circ},$$

$$\frac{p_2'}{p_0} = \frac{p_2^{\circ}}{p_{20}^{\circ}} + \Delta R k_V' + \frac{T_2'}{T_0}, \quad \Delta R = \frac{R_V - R_G}{R_0},$$

$$R_0 = k_{G0} R_G + k_{V0} R_V,$$

$$\frac{T_2'}{T_0} = E k_V' + G \frac{p_2'}{p_0}, \quad E = \frac{R_V p_0}{R_0 l_0 \rho_{10}^{\circ}} (1 - k_{V0}), \quad G = E k_{V0},$$

где  $C_1$  – скорость звука в несущей фазе,  $R_i$  – газовая постоянная  $i$ -го компонента дисперсной фазы ( $i = V, G$ ).

Для силового взаимодействия, теплообмена и кинетики фазовых переходов примем следующие соотношения [1, 6]:

$$f = \rho_{20} \frac{\partial}{\partial t} (v_1' - v_2') + \rho_{20} \frac{v_1' - v_2'}{\tau_v},$$

$$\frac{n_0 q_{i\Sigma}}{c_i} = \rho_{20} \frac{T_2' - T_i'}{\tau_{Ti}},$$

$$J = \rho_{20} J', \quad J' = \frac{1}{1 - k_{V0}} \frac{k_{V\Sigma}' - k_V'}{\tau_m},$$

$$\frac{J}{4\pi a_0^2 n_0 \rho_{10}^{\circ}} = \frac{m^{\circ} a_0}{3} J',$$

$$\tau_v = \frac{2a_0^2}{9\nu_1}, \quad \tau_{Ti} = \frac{4c_i \rho_{20}^{\circ} a_0^2}{3Nu_i \lambda_i}, \quad \tau_m = \frac{2a_0^2}{3Sh_1 D_1},$$

где  $T_{\Sigma}$  – температура на поверхности раздела фаз,  $Nu_i$  – числа Нуссельта для теплообмена поверхности фазы с  $i$ -й фазой,  $\lambda_i$  – коэффициент теплопроводности  $i$ -й фазы ( $i = 1, 2$ ),  $Sh_1$  – безразмерный коэффициент массообмена (число Шервуда),  $D_1$  – коэффициент диффузии,  $\tau_i$  – времена релаксации.

Рассматриваются решения записанной системы уравнений относительно возмущений потенциалов скоростей фаз

$$v_j' = \frac{\partial \phi_j'}{\partial r}, \quad (j = 1, 2),$$

где  $\phi_j' = A_j \exp[i(K_* x - \omega t)]$  – для плоских возмущений,  $\phi_j' = A_j H_0^{(1)}(K_* r) \exp[-i\omega t]$  – для цилиндрических возмущений,  $\phi_j' = A_j \frac{1}{r} \exp[i(K_* r - \omega t)]$  – для сферических возмущений,  $K_* = K + iK_{**}$ ,  $C_p = \omega/K$ .

Здесь  $A_j$  – амплитуда возмущения,  $H(K_*, r)$  – функция Ханкеля,  $K_*$  – комплексное волновое число,  $K_{**}$  – линейный коэффициент затухания,  $C_p$  – фазовая скорость,  $\omega$  – частота возмущений.

Дисперсионное соотношение для комплексного волнового числа  $K_*$ , описывающее распростра-

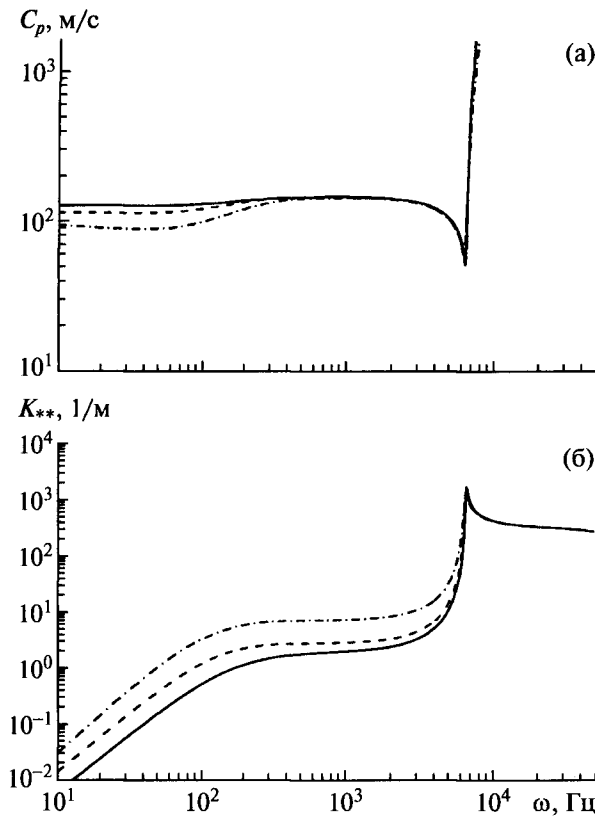


Рис. 1. Зависимости фазовой скорости и коэффициента затухания от частоты в воде с паровоздушными пузырьками.

нение как плоских, так и сферических, а также цилиндрических акустических возмущений и справедливое в широком диапазоне частот, имеет вид

$$\left(\frac{K_*}{\omega}\right)^2 = V(\omega)D(\omega), \quad (1)$$

где

$$V(\omega) = 1 + \alpha_{20}(m^\circ - 1) \frac{1 - i\omega\tau_v \left(1 + \frac{\alpha_{10}}{m^\circ}\right)}{1 - i\omega\tau_v \left(1 + \frac{\alpha_{10}}{m^\circ}(\alpha_{20} + m^\circ\alpha_{10})\right)},$$

$$D(\omega) = \frac{\alpha_{10}}{C_1^2} + \alpha_{20} \frac{1}{H_R + H_K},$$

$$H_R = \frac{a_0^2(i\omega)}{3} \left[ \frac{i\omega\tau_R - 1}{\tau_R - t_A(i\omega\tau_R - 1)} \right],$$

$$H_K = A_1 \frac{U_2 H_1 H_2 - U_4 H_1 - \frac{c_1 \tau_{T2}}{c_2 \tau_{T1}} U_1 H_2}{U_2 H_1 H_3 - U_3 U_4 H_1 + \frac{c_1 \tau_{T2}}{c_2 \tau_{T1}} (U_4 G - U_1 H_3)},$$

$$H_1 = \frac{i\omega\tau_{T1}}{m} - 1, \quad H_2 = i\omega\tau_{T2} - 1,$$

$$H_3 = i\omega\tau_{T2}(1 - R_0) - 1 + G, \quad U_1 = E(i\omega\tau_m - 1),$$

$$U_2 = -\frac{l_0^2 \omega \tau_{T2}}{T_0 c_2 (1 - k_{v0})} + b_1 - U_1 \left(1 + \frac{c_1 \tau_{T2}}{c_2 \tau_{T1}}\right),$$

$$U_3 = 1 - G \left(1 + \frac{c_1 \tau_{T2}}{c_2 \tau_{T1}}\right), \quad U_4 = b_1 H_2 + U_1,$$

$$b_1 = \Delta R - \frac{m^\circ - 1}{1 - k_{v0}},$$

$$E = \frac{R_v}{R_0} \frac{p_0}{l_0 \rho_{v0}} (1 - k_{v0}), \quad G = E k_{v0},$$

$$m^\circ = \frac{\rho_{20}^\circ}{\rho_{10}^\circ}, \quad m = \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}},$$

$$t_A = \frac{a_0}{C_1 \alpha_{20}^{1/3}}, \quad \tau_R = \frac{a_0^2}{4\nu_1}.$$

### ДИНАМИКА ВОЛН ДАВЛЕНИЯ МАЛОЙ АМПЛИТУДЫ В ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ ПАРА И ГАЗА С УЧЕТОМ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

На рис. 1 представлены зависимости фазовой скорости  $C_p$  и коэффициента затухания  $K_{**}$  от частоты для смеси воды с паровоздушными пузырьками при  $k_{v0} = 0.1$  (сплошные кривые),  $k_{v0} = 0.5$  (штриховые кривые) и  $k_{v0} = 0.9$  (штрихпунктир). Расчеты проводились с помощью дисперсионного соотношения (1). Принимались следующие параметры смеси:  $\alpha_{20} = 0.001$ ,  $a_0 = 1 \times 10^{-3}$  м,  $p_0 = 0.1$  МПа.

Кривая зависимости фазовой скорости от частоты показывает, что влияние изменения концентрации пара в пузырьках на фазовую скорость (рис. 1а) существенно проявляется только в области низких частот. Для зависимости коэффициента затухания от частоты (рис. 1б) влияние изменения концентрации пара в пузырьках также в основном проявляется в низкочастотной области. При этом с ростом концентрации пара в пузырьках значение коэффициента затухания может существенно увеличиваться.

Далее рассмотрим эволюцию создаваемых на границе пузырьковой среды импульсов давления типа гауссовой кривой, когда их начальная форма импульсов описывается функцией вида

$$p(0, t) = \exp[-((t - t_*)/N)^2],$$

где  $t_*$  — половина длительности импульса,  $t_* = 0.001$  с,  $N$  — параметр, определяющий ширину импульса. Расчеты проводились с помощью дисперсионного соотношения (1) по методике, изложенной в [12] при использовании подпрограмм быстрого преобразования Фурье [13]. Будем рассматривать распространение волн в смеси воды с пузырьками, состоящими из водяного пара и воздуха.

На рис. 2, 3 на примере плоского и цилиндрического случаев представлена эволюция импульсного возмущения давления в смеси воды с паровоздушными пузырьками при следующих значе-

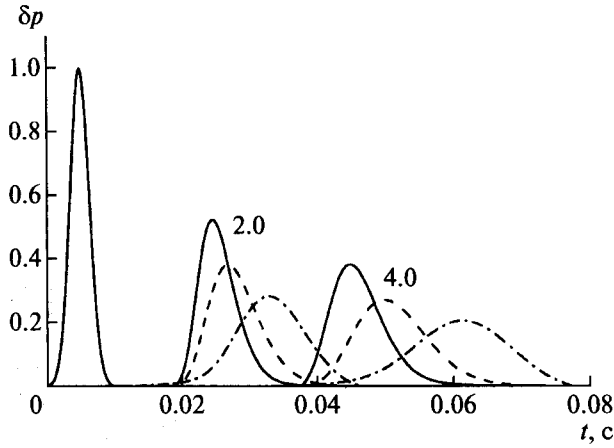


Рис. 2. Эволюция импульсного возмущения давления в смеси воды с паровоздушными пузырьками в плоском случае при различных значениях концентрации пара в пузырьках.

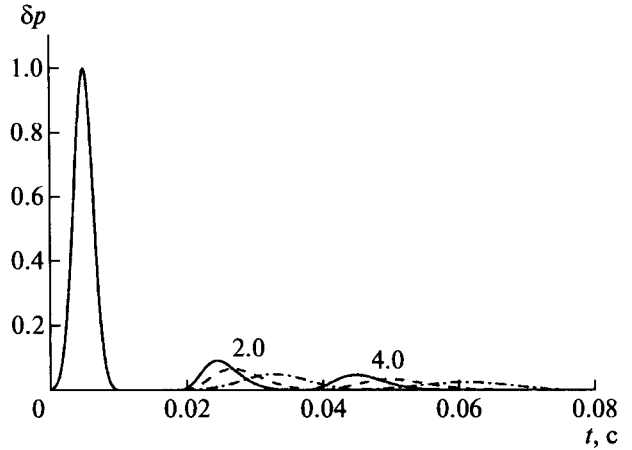


Рис. 3. Эволюция импульсного возмущения давления в смеси воды с паровоздушными пузырьками в цилиндрическом случае при различных значениях концентрации пара в пузырьках.

ниях концентрации пара:  $k_{v0} = 0.1$ ,  $k_{v0} = 0.5$  и  $k_{v0} = 0.9$  (сплошные, штриховые и штрихпунктирные кривые соответственно). Принимались следующие параметры смеси:  $\alpha_{20} = 0.01$ ,  $a_0 = 0.001$  м,  $p_0 = 0.1$  МПа. Числа у кривых соответствуют расстоянию в метрах от места инициирования импульса.

Видно, что вследствие существенного влияния концентрации пара  $k_v$  в пузырьках на дисперсию и диссипацию гармонических возмущений низких частот (рис. 1) с увеличением  $k_v$  происходит существенное искажение первоначальной формы волны как в плоском, так и в цилиндрическом случаях (рис. 2 и 3). Отметим, что в силу разной геометрии затухание импульса в сферическом случае выше, чем для цилиндрического и плоского случаев.

На рис. 4 представлены зависимости фазовой скорости (рис. 4а) и коэффициента затухания (рисунок 4б) от начального объемного содержания пузырьков начального радиуса  $a_0 = 1 \times 10^{-3}$  м при фиксированной частоте и различных значениях паросодержания: при  $k_{v0} = 0.1$ ,  $k_{v0} = 0.5$  и  $k_{v0} = 0.9$  (соответственно сплошные, штриховые и штрихпунктирные кривые).

Видно, что влияние паросодержания на коэффициент затухания существенно возрастает с увеличением объемного содержания пузырьков (рис. 4б).

На рис. 5 показано влияние начального объемного содержания пузырьков  $\alpha_{20}$  при высоком значении концентрации пара  $k_v = 0.9$  на эволюцию импульсного возмущения давления в смеси воды с пузырьками водяного пара и воздуха в плоском случае. Расчетные профили построены для расстояний 2 и 4 м от места инициирования импульса.

Влияние начального радиуса пузырьков на эволюцию импульсного возмущения давления на примере смеси воды с пузырьками водяного пара и воздуха показано на рис. 6. Расчетные профили построены для расстояний 1 и 2 м от места инициирования

импульса. Сплошная линия рассчитана при  $a_0 = 1$  мм, штрихпунктирная — при  $a_0 = 0.5$  мм, штриховая — при  $a_0 = 0.1$  мм. Принимались следующие параметры смеси:  $\alpha_{20} = 0.001$ ,  $k_v = 0.1$ ,  $p_0 = 0.1$  МПа. Аналогично случаю жидкостей с газовыми пузырьками [9] зависимость интенсивности затухания длинноволнового импульса от радиуса парогазовых

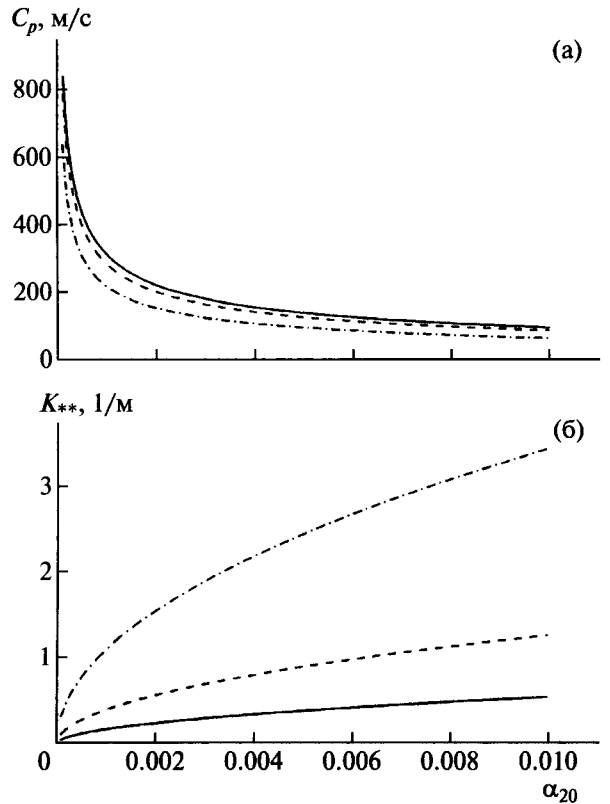


Рис. 4. Зависимости фазовой скорости и коэффициента затухания от начального объемного содержания пузырьков в смеси воды с паровоздушными пузырьками при значении  $\omega = 100$  Гц.

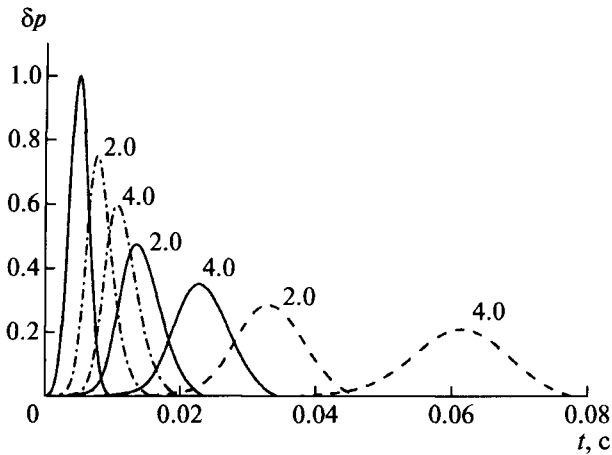


Рис. 5. Влияние начального объемного содержания пузырьков на эволюцию импульсного возмущения давления в смеси воды с паровоздушными пузырьками.

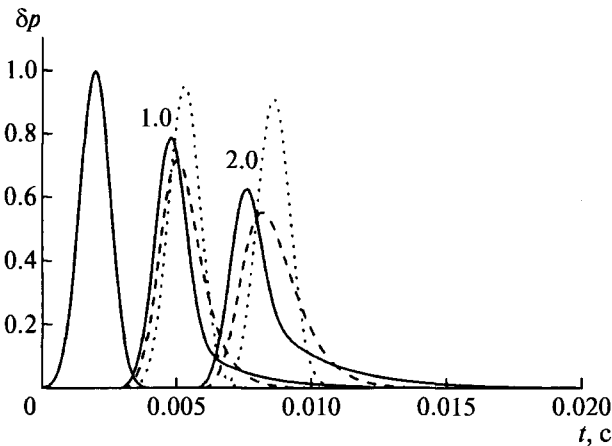


Рис. 6. Эволюция импульсного возмущения давления в жидкости с парогазовыми пузырьками при различных значениях начального радиуса.

пузырьков немонотонна: при уменьшении радиуса пузырьков до некоторого значения затухание сначала постепенно увеличивается в силу роста межфазной поверхности, а затем уменьшается. Это связано с наличием резонансных частот у паровоздушного пузырька в акустическом поле [5].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретически исследовано распространение акустических возмущений в смесях жидкости с парогазовыми пузырьками при наличии диффузионного массообмена. Представлено единое дисперсионное соотношение, определяющее распространение плоских, сферических и цилиндрических акустических волн в смеси жидкости с пузырьками пара и газа с учетом межфазного массообмена. Выполнены численные расчеты эволюции импульсных волн давления разной геометрии в жидкостях с парогазовыми пузырьками при различных зна-

чениях концентрации пара. Показано существенное влияние начальной концентрации пара в парогазовых пузырьках на скорость распространения и затухание волн при учете фазовых превращений. Установлено, что с ростом начального объемного содержания пузырьков влияние паросодержания в парогазовых пузырьках на динамику волн существенно возрастает, а зависимость затухания импульсного возмущения давления от начального радиуса парогазовых пузырьков немонотонна.

Работа выполнена при финансовом содействии Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-3483.2008.1) по программе Президиума РАН 17П при финансовой поддержке РФФИ (грант № 07-01-00339).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1–2.
2. Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. Новосибирск: ИТФ, 1983. 238 с.
3. Нигматуллин Р.И., Шагапов В.Ш., Вахитова Н.К. Проявление сжимаемости несущей жидкости при распространении волн в пузырьковой среде // ДАН СССР. 1989. Т. 304. № 5. С. 1077.
4. Шагапов В.Ш. Распространение малых возмущений в жидкости с пузырьками // ПМТФ. 1977. № 1. С. 91.
5. Nigmatulin R.I., Khabeev N.S., Nagiev F.B. Dynamics, Heat and Mass Transfer of Vapour-Gas Bubbles in a Liquid // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1981. V. 24. № 6. P. 1033.
6. Азаматов А.Ш., Шагапов В.Ш. Распространение малых возмущений в парогазожидкостной среде // Акустический журнал. 1981. Т. 27. № 2. С. 161.
7. Drumheller D.S., Bedford A. A Theory of Bubbly Liquids // J. of the Acoustical Society of America. 1979. V. 66. № 1. P. 197.
8. Kerry W. Commander, Andrea Prosperetti. Linear Pressure Waves in Bubbly Liquids: Comparison between Theory and Experiments // J. of the Acoustical Society of America. 1989. V. 85. № 2. P. 732.
9. Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А. Динамика смесей жидкости с пузырьками нерастворимого газа. Сравнение теории с экспериментом // Известия вузов. Проблемы энергетики. 2007. Т. 1–2. С. 3.
10. Нигматуллин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Метод построения // ТВТ. 2008. Т. 46. № 2. С. 206.
11. Нигматуллин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Результаты расчетов // ТВТ. 2008. Т. 46. № 3. С. 362.
12. Губайдуллин Д.А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. Изд-во Казанского математического общества, 1998. 153 с.
13. Гапонов В.А. Пакет программ быстрого преобразования Фурье с приложениями к моделированию случайных процессов. Препринт № 14-76 АН СССР. СО ИТФ, 1976. Т. 5. 19 с.