K. A. Sveshnikov, Quantization in the neighborhood of a classical solution in the theory of a Fermi field,
TMF, 1988, Volume 75, Number 2, 218–225

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА
Том 75, № 2
май, 1988

КВАНТОВАНИЕ В ОКРЕСТНОСТИ КЛАССИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ В ТЕОРИИ ФЕРМИ-ПОЛЯ

Свешников К. А.

Рассматривается квантование Ферми — Бозе полевой системы в окрестности классического решения уравнений движения, содержащего как бозонную, так и спинорную компоненты. Последняя рассматривается как абсолютно антикоммутирующая (грассманова) составляющая фермионного поля. Такой объект за счет переноса фермионного числа обусловливает смешивание фермионных и бозонных, фермионных и антифермионных степеней свободы уже на уровне одночастичных состояний (в приближении квадратичных форм). Получены явные выражения для оператора S-матрицы, описывающей такие процессы переноса, и полных гамильтониана и фермионного заряда системы в этом приближении.

1. ВВЕДЕНИЕ

Если для бозонных полей квантование в окрестности нетривиального классического решения уравнений движения многократно рассматривалось различными способами [1], то рассмотрение аналогичной проблемы для фермионов в литературе практически отсутствует. Причина этого в том, что из-за статистики для фермионов составляющая ψ_c должна быть грассмановой и не имеет смысла когерентного состояния фундаментальных частиц. Поэтому в имеющихся подходах классические конфигурации спинорных полей возникают либо при вычислении функциональных интегралов по фермионам [1, 2], либо как квазиклассическое приближение волновых функций фермионов в моделях мешков [3, 4], либо в рамках методов бозонизации антиперестановочных соотношений [5, 6]. Тем не менее в ряде физически интересных случаев, в частности в модели фракционализации фермионного числа Джекива — Ребби [7], прямое квантование в окрестности такой «классической» составляющей может иметь смысл. Подробное рассмотрение вопроса о связи между ψ_c и физическими свойствами системы излагается отдельно. В настоящей работе рассматривается составная часть этой задачи, именно непосредственно процедура квантования в окрестности нетривиального «классического» решения уравнений движения фермионного поля.

2. МОДЕЛЬ

Рассматриваемая модель есть 1+1-мерная система взаимодействующих нелинейного бозонного и фермионного полей, описываемая плотностью лагранжиана

$$(1)\qquad \mathscr{L}={}^1/_2(\partial_\mu\varphi)^2-U(\varphi)+\bar\psi(i\hat\partial-mg\varphi)\psi,\qquad U(\varphi)=(m^2/\lambda^2)V(\lambda\varphi).$$

Ненулевые перестановочные соотношения полей суть $[\varphi(x, t), \dot\varphi(x', t)]_- = i\delta(x-x')$, $[\psi(x, t), \psi^+(x', t)]_+ = \delta(x-x')$, и рассматривается следующий предел слабой связи по безразмерным параметрам λ и g: λ, $g\to 0$, $g/\lambda = G\sim O(1)$. Гейзенберговы уравнения движения системы

$$(2)\qquad \Box\varphi+U'(\varphi)+mg\bar\psi\psi=0,\quad (i\hat\partial-mg\varphi)\psi=0$$

обладают самосогласованным классическим $O(\lambda^{-1})$-решением, состоящим из скалярного и спинорного кинков с общим центром масс, в системе которого они имеют вид (в представлении $\gamma^0=\sigma_1$, $\gamma^1=i\sigma_3$)

$$(3а)\qquad \varphi_c(x,t)=\frac{1}{\lambda}u(mx),$$

$$(3б)\qquad \psi_c(x,t)=(Fk/\lambda)\begin{pmatrix} f(mx)\\ 0\end{pmatrix}.$$

В (3а) $u(y)$ есть кинк, порождаемый нелинейным самодействием бозонного поля, $u'^2(y)/2=V(u(y))$. С минимальной потерей общности мы будем считать, что $V(u)$ таков, что $u(y)=-u(-y)$, $u(\pm\infty)=\pm u_0$, $Gu_0>0$. При этих условиях в (3б)

$$f(y)=\text{const}\times\exp\left[-G\int_0^y dzu(z)\right]=f(-y)\xrightarrow[|y|\to+\infty]{}$$
$$\to\text{const}\times\exp(-Gu_0|y|),$$

где const выбрана так, чтобы $\int dyf^2(y)=1$. F — действительный c-числовой параметр, k — грассманово число с инволюцией $k\to k^*$, $k^2=k^{*2}=kk^*+k^*k=0$.

Нетрудно видеть, что ψ_c только множителем Fk/λ отличается от нулевой фермионной моды $\psi_0=\begin{pmatrix} f(mx)\\ 0\end{pmatrix}$, приводящей к фракционализации фермионного числа в модели (1) [1, 7]. То что фракционализация заряда и ненулевое ψ_c — тесно связанные вещи, проявится, в частности, в том, что динамика нулевой моды будет входить составной частью в процессы, обусловленные ψ_c. Но помимо этого ψ_c имеет и самостоятельную роль именно как классическая составляющая фермионного поля, нарушающая зарядовую и пуанкаре-симметрию системы.

Далее удобно несколько изменить масштаб полей φ и ψ: $\varphi\to\varphi/\lambda$, $\psi\to\psi/\lambda$, и в качестве безразмерных параметров модели использовать G и γ: $\gamma=\lambda^2$, $G=g/\lambda$. Параметр γ играет роль постоянной Планка, а G — юкавской константы связи.

3. КВАНТОВАНИЕ И ГЕЙЗЕНБЕРГОВЫ ПОЛЯ

Квантование модели в окрестности классических решений (3) проводится следующим образом. Сначала с помощью релятивистского аналога метода групповых переменных Боголюбова [8] выделяются кинематические переменные, описывающие движение всей системы как единого целого. После этого динамика системы рассматривается относительно центра инерции системы при нулевом полном импульсе. Подробности процедуры и учет фазовых преобразований фермионного поля приведены в [9, 10].

В результате бозонное и фермионное поля описываются безразмерными переменными $\rho(y, s)$ и $\chi(y, s)$ в безразмерных координатах y, s, которые связаны с пространственно-временными координатами x, t соотношениями

$$(4)\qquad (\mu_0/\mu)y=m(x \operatorname{ch}\theta-t \operatorname{sh}\theta-X), \qquad (\mu_0/\mu)s=m(t \operatorname{ch}\theta-x \operatorname{sh}\theta-T),$$

где $\theta=\operatorname{arcth}(P/H)$ — оператор быстроты системы, X, T — операторы релятивистских групповых координат, μ — оператор полной массы системы/m, $\mu_0=\int dyu'^{\,2}(y)$ — классическая масса кинка (3а) в единицах m. Исходные поля $\varphi(x, t)$ и $\psi(x, t)$ восстанавливаются по ρ и χ по формулам [9, 10]

$$(5)\qquad \varphi(x,t)=\rho(y(x,t),s(x,t)), \quad \psi(x,t)= =\sqrt{m}\exp\left(\frac{\alpha}{2}\theta\right)\chi(y(x,t),s(x,t)),$$

где $y(x, t)$, $s(x, t)$ определяются из (4) и подразумевается вейлевское упорядочивание некоммутирующих операторов полей и генераторов группы Пуанкаре. Уравнения движения (2) переходят в

$$(6)\qquad \begin{aligned} &2(\mu^2/\gamma^2)\exp(i\gamma\partial_\tau)(\cos\gamma\partial_\xi-\cos\gamma\partial_\tau)\rho+V'(\rho)+G\bar{\chi}\chi=0,\\ &(\mu/\gamma)\,(\gamma^0(\exp(i\gamma\partial_\tau)\cos\gamma\partial_\xi-1)+i\gamma^1\exp(i\gamma\partial_\tau)\sin\gamma\partial_\xi)\tilde{\chi}-G\tilde{\chi}\rho=0,\end{aligned}$$

где $\tilde{\chi}=(1+\exp(-i\gamma\alpha/2)\chi)/2$. Оператор μ является нетривиальным оператором в пространстве состояний $\mathscr{H}_{\rho\chi}$, в котором действуют поля $\rho(\chi)\,(y, s)$. По существу, μ играет роль генератора эволюции по s, но в силу того что уравнения (6) вне теории возмущений по γ являются конечноразностными и содержат производные всех порядков, связь между μ и эволюцией по s выглядит значительно сложнее, чем в гамильтоновом случае [10].

В окрестности классических решений (3) поля ρ, χ рассматриваются в рамках разложения по $\sqrt{\gamma}$

$$(7)\qquad \rho=\rho_0+\sqrt{\gamma}\rho_1+\gamma\rho_2+\ldots, \qquad \chi=\chi_0+\sqrt{\gamma}\chi_1+\gamma\chi_2+\ldots,$$

где $\rho_0(y)=u(y)$, $\chi_0(y)=Fk\begin{pmatrix} f(y)\\ 0\end{pmatrix}$. Техника вычисления квантовых поправок следует работам [9, 10]. В первом порядке $O(\sqrt{\gamma})$ для ρ_1, χ_1 из (6) находим

$$(8)\qquad \begin{aligned} &(\Box_{ys}+V''(\rho_0))\rho_1+G(\bar{\chi}_0\chi_1+\bar{\chi}_1\chi_0)=0,\\ &(i\hat{\partial}-G\rho_0)\chi_1-G\rho_1\chi_0=0.\end{aligned}$$

Для построения функций Грина для этих уравнений требуется ввести следующие ортонормированные наборы: 1) $\{\rho_f(y),\ \mu_0^{-1/2}u'(y)\}$, который состоит из собственных функций уравнения Шредингера $(-\partial^2/\partial y^2+ +v(y))\rho_f=\omega_f^2\rho_f$, $\omega_f>0$, $v(y)=V''(u(y))$; $\mu_0^{-1/2}u'(y)$ — собственная функция, соответствующая $\omega_0=0$; 2) $\left\{\chi_l^{(+)}(y),\ \begin{pmatrix} f(y)\\ 0\end{pmatrix}\right\}$, который состоит из положительно-частотных собственных функций уравнения Дирака $(-i\alpha\partial_y+ +G\beta u(y))\chi_l^{(+)}=\nu_l\chi_l^{(+)}$, $\nu_l>0$; спинор $\begin{pmatrix} f(y)\\ 0\end{pmatrix}$ является нулевой модой этого уравнения, отрицательно-частотное решение $\chi_l^{(-)}$ строится из $\chi_l^{(+)}$ с помощью зарядового сопряжения $\chi_l^{(-)}=\sigma_3\overset{*}{\chi}_l^{(+)}$. Наборы $\{\rho_f\}$, $\{\chi_l^{(\pm)}\}$ удовлетворяют соотношениям $\forall f,\ l\ \exists f^*,\ l^*$: $\rho_f{}^*=\rho_{f^*}$, $\chi_l{}^*=\chi_{l^*}$, дискретные бозонные и фермионные моды обозначаются индексами n, m.

При интегрировании уравнений (8) требуется очень внимательно следить за граничными условиями в соответствующих функциях Грина, поскольку уже в этом приближении имеет место нетривиальное рассеяние частиц, обусловленное переносом фермионного числа полем χ_0. Аккуратное вычисление гейзенберговых полей и их асимптотик проводится следующим образом. Сначала из одновременных перестановочных соотношений и дополнительных связей Дирака, возникающих в результате преобразования (4), (5), определяются начальные данные при $s=0$. Далее для уравнений движения решается задача Коши, при этом из условия сходимости интеграла $\int_0^s \exp[i(\omega_f-\nu_l)s']ds'$ для полюсов функции Грина следует правило обхода $\omega_f-\nu_l\to\omega_f-\nu_l\pm i0$ в зависимости от знака s. Поскольку эволюция по s унитарна, то связи Дирака и перестановочные соотношения будут автоматически удовлетворяться для произвольного s. После длинного вычисления для асимптотик полей ρ_1 и χ_1 получим

$$(9)\qquad \rho_1(y,s)\xrightarrow[s\to\pm\infty]{\omega}\sum_f (2\omega_f)^{-1/2}(e^{-i\omega_f s}\rho_f(y)A_{f\,\mathrm{in}}^{\mathrm{out}}+\mathrm{h.c.}),$$

$$\chi_1(y,s)\xrightarrow[s\to\pm\infty]{\omega}\sum_l (B_{l\,\mathrm{in}}^{\mathrm{out}}e^{-i\nu_l s}\chi_l^{(+)}(y)+D_{l\,\mathrm{in}}^{\mathrm{out}}e^{i\nu_l s}\chi_l^{(+)}(y)).$$

В (9) опущены члены, состоящие только из дискретных мод и не дающие вклада в рассеяние; $(A_f,\ B_l,\ D_l)_{\mathrm{in}}^{\mathrm{out}}$ — операторы рождения-уничтожения бозонов и фермионов, удовлетворяющие каноническим перестановочным соотношениям $[A_f,A_{f'}{}^+]_-=\delta_{ff'}$, $[B_l,B_{l'}{}^+]_+=[D_l,D_{l'}{}^+]_+=\delta_{ll'}$. Связь между in- и out-операторами имеет вид ($\varkappa\equiv k^*k$)

$$(10)\qquad A_f{}^{\mathrm{out}}=A_{f\,\mathrm{in}}-2\pi iF\sum_l A(f^*,l)\,\delta(\nu_l-\omega_f)\,(k^*B_{l\,\mathrm{in}}-D_{l\,\mathrm{in}}k),$$

$$B_l{}^{\mathrm{out}}=D_{l\,\mathrm{in}}-2\pi iFk\sum_f A(l^*,f)\,\delta(\nu_l-\omega_f)A_{f\,\mathrm{in}}+$$

$$+2\pi i\varkappa F^2\sum_{l'}\overline{K}(l^*,l')\,\delta(\nu_l-\nu_{l'})B_{l'\,\mathrm{in}},$$

$$D_l{}^{\mathrm{out}}=D_{l\,\mathrm{in}}-2\pi ik^*F\sum_f A(l^*,f)\,\delta(\nu_l-\omega_f)A_{f\,\mathrm{in}}-$$

$$-2\pi i\varkappa F^2\sum_{l'}\overline{K}(l^*,l')\,\delta(\nu_l-\nu_{l'})D_{l'\,\mathrm{in}},$$

где

$$A(l,f)=G(4\omega_f)^{-1/2}\int dy\,f(y)\rho_f(y)\sigma_l^{(2)}(y),$$

$$g_l=\int dy\,f(y)\sigma_l^{(2)},\qquad \overline{K}(l,l')=8(\mu_0)^{-1}g_lg_{l'}+$$

$$+\sum_f 2\omega_f A(l,f)A(f^*,l')/(\nu_{l'}{}^2-\omega_f{}^2+i0);$$

$\sigma_l^{(1)}$, $\sigma_l^{(2)}$ суть верхняя и нижняя компоненты спинора $\chi_l^{(+)}$. Формулам (10) соответствует унитарная S-матрица $S^+(\text{in})S=\text{out}$, $SS^+=1$. Явное выражение для оператора S через in-операторы имеет вид $S=1+k^*W-W^*k+\varkappa T$,

$$(11)\qquad W=2\pi iF\sum_{lf}\delta(\nu_l-\omega_f)\left[A(f,l^*)A_fD_l^+-A(f^*,l)A_f^+B_l\right],$$

$$T=2\pi^2F^2\sum_{ll'ff'}\delta(\nu_l-\omega_f)\delta(\nu_{l'}-\omega_{f'})\times$$

$$\times[A(f^*,l)A(f',\overset{*}{l'})(B_{l'}^+B_l-D_{l'}^+D_l)(A_f^+A_{f'}+A_{f'}A_f^+)+$$

$$+(A(f^*,l)A(\overset{*}{f'},l')A_f^+A_{f'}^+(B_{l'}D_l-D_{l'}B_l)+\text{h. c.})]+$$

$$+2\pi iF^2\sum_{ll'}\delta(\nu_l-\nu_{l'})K(l^*,l')(B_l^+B_{l'}-D_l^+D_{l'}).$$

В последней формуле $K(l,l')=(8\mu_0)^{-1}\nu_l^2g_lg_{l'}+\mathcal{P}\sum_f 2\omega_fA(l,f)\times$

$\times A(f^*,l')/(\nu_{l'}^2-\omega_f^2)$.

4. СТРУКТУРА НАБЛЮДАЕМЫХ

Масса μ и заряд q системы определяются из связей Дирака [9, 10]. В рамках разложения по $\sqrt{\gamma}$

$$(12)\qquad \mu=\mu_0+\sqrt{\gamma}\mu_1+\gamma\mu_2+\ldots,\quad q=q_0+\sqrt{\gamma}q_1+\gamma q_2+\ldots,$$

для первых членов разложения последовательно находим

$$(13)\qquad \mu_0=\int dy\,u'^2(y),\quad q_0=\int dy\,\chi_0^+\chi_0=\varkappa F^2,$$

$$(14)\qquad \mu_1=0,\quad q_1=\int dy(\chi_0^+\chi_1+\chi_1^+\chi_0)=F(k^*Z+Z^+k).$$

В выражении для q_1 Z, Z^+ — операторы рождения-уничтожения нулевой фермионной моды. Далее

$$(15)\qquad \mu_2=\mu_0^{-1}\int dy\,\chi_0^+\chi_0''+\int dy\left\{\frac{1}{2}\dot{\rho}_1^2+\frac{1}{2}\rho_1'^2+\frac{1}{2}v(y)\rho_1^2+\right.$$

$$\left.+\chi_1^+((1/i)\alpha\chi_1'+G\rho_0\beta\chi_1)+G\rho_1(\bar{\chi}_0\chi_1+\bar{\chi}_1\chi_0)\right\}(y,s),$$

$$(16)\qquad q_2=-(\mu_2/\mu_0)q_0+\int dy[(\chi_1^+\chi_1-\chi_1\chi_1^+)/2+(\chi_0^+\chi_2+\chi_2^+\chi_0)](y,s).$$

Хотя в (16) входит поле второго приближения χ_2, но фактически для определения q_2 требуется только χ_1, поскольку с помощью прямого вычисления можно показать, что $q_2={}^1/_2\int dy(\chi_1^+\chi_1-\chi_1\chi_1^+)(y,0)$. В результате находим

$$(17)\qquad \mu_2=\Delta\mu_2+\sum_f\omega_fA_f^+A_f+\sum_l\nu_l(B_l^+B_l+D_l^+D_l)+$$

$$+\sum_{\omega_n=\nu_m} FA(n,m)\,[k^*(B_mA_n^+-D_m^+A_n)+\text{h. c.}]+$$

$$+\varkappa F^2\sum_m \sigma_m(B_m^+B_m-D_m^+D_m),$$

$$\sigma_m=\mathscr{P}\sum_f 2\omega_f|A(m,f)|^2/(\omega_f^2-\nu_m^2)-(8\mu_0)^{-1}\nu_m^2|g_m|^2,$$

(18) $$q_2=Z^+Z-\frac{1}{2}+\tilde{q}_2-\varkappa(4\mu_0)^{-1}F^2\sum_l \nu_l|g_l|^2,$$

$$\tilde{q}_2=\sum\{(B_l^+B_l-D_l^+D_l)+F(k(B_l^+(\alpha_{lf}A_f+\beta_{lf}A_f^+)+$$

$$+D_l(\alpha_{lf}^*A_f^++\beta_{lf}A_f)]+\text{h. c.})+\varkappa F^2\{(8\mu_0)^{-1}(\nu_l+\nu_{l'})g_l^*g_{l'}+$$

$$+(\alpha_{lf}\overset{*}{\alpha}_{l'f}-\beta_{lf}\overset{*}{\beta}_{l'f})](B_l^+B_{l'}+D_l^+D_{l'})+([(8\mu_0)^{-1}(\nu_{l'}-\nu_l)g_l^*g_{l'}^*+$$

$$+(\alpha_{lf}\beta_{l'f}-\beta_{lf}\alpha_{l'f})]B_l^+D_{l'}^++\text{h. c.})+2(\alpha_{lf}^*\alpha_{lf'}+\beta_{lf}\overset{*}{\beta}_{lf'})\times$$

$$\times A_f^+A_{f'}+2(\alpha_{lf}^*\beta_{lf'}A_f^+A_{f'}^++\text{h. c.})+2|\beta_{lf}|^2\}\},$$

где $\Delta\mu_2$ — однопетлевая поправка к массе основного состояния,

(19) $$\alpha_{lf}=A(l^*,\ f)/(\nu_l-\omega_f\pm i0),\qquad \beta_{lf}=A(l^*,\ f^*)/(\nu_l+\omega_f),$$

причем в α_{lf} знак «+» берется для out-, знак «−» для in-операторов, и $\alpha_{nm}=0$, если $\omega_n=\nu_m$.

Из (11), (17) следует, что операторы μ и S коммутируют в соответствии с законом сохранения энергии. В отличие от энергии выражения для заряда (18) через in- и out-операторы отличаются друг от друга обходом полюсов в коэффициентах α_{lf} (19). Поэтому S-матрица и оператор (18) не перестановочны. На самом деле никакого противоречия между этим обстоятельством и законом сохранения заряда нет. То, что выражение (16) действительно является интегралом движения, может быть проверено непосредственно дифференцированием по s с учетом уравнений движения (8) для χ_1 и уравнения для χ_2:

$$i\dot{\chi}_2=(-i\alpha\partial_y+G\beta u(y))\chi_2+G\beta\rho_2\chi_0+G\beta\chi_1\rho_1+$$

$$+(2\mu_0)^{-1}\chi_0''+(\mu_2/i\mu_0)\alpha\chi_0'.$$

Причина неперестановочности в том, что оператор (11) есть на самом деле член нулевого порядка в разложении полной S-матрицы системы в ряд по $\sqrt{\gamma}$: $S_{\text{полн}}=S_0+\sqrt{\gamma}S_1+\gamma S_2+\ldots$, и из $[S_{\text{полн}},\ q]_-=0$ в силу (14) следует лишь $[S_0,\ q_2]_-+[S_1,\ q_1]_-=0$. Поскольку q_1 есть нетривиальный оператор $F(k^*Z+Z^+k)$, и S_1 обязательно содержит операторы Z и Z^+, то $[S,\ q_2]_-$ не может быть тождественным нулем. По аналогичной причине $[\mu_2,\ q_2]\neq 0$, и поскольку μ ответственно за эволюцию и тем самым за рассеяние, то эти два неисчезающих коммутатора с q_2 взаимообусловлены.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, мы рассмотрели квантование в окрестности классического объекта с составляющими (3). Проведенный анализ показывает, что главный эффект от наличия ψ_c состоит в смешивании фермионных и бозонных, фермионных и антифермионных степеней свободы за счет того, что происходит перенос фермионного числа ассоциированными с ψ_c грассмановыми переменными k, k^*. Как результат бозоны в комбинации с грассмановыми множителями дают вклад в полный заряд системы (18). Выражение (11) для S-матрицы описывает процессы переноса фермионного числа без потерь энергии и как результат фермионы и бозоны смешиваются суперсимметричным образом. Более утонченный анализ по методу работы [10] показывает, что на самом деле это верно лишь в пределе $\mu_0/\gamma \gg 1$. При конечной (μ_0/γ) следует учитывать, что процессы, которые описываются S-матрицей (11), суть не просто перенос фермионного числа, а взаимодействие фермионов и бозонов с частицеподобным классическим объектом (кинком) массы μ_0, который несет на себе грассмановы числа.

Специфика модели (1) состоит в том, что конечный результат есть суперпозиция двух факторов. Первый состоит в том, что наличие ψ_c во многом может рассматриваться просто как сдвиг $Z \to Z + Fk/\gamma$. Это проявляется в том, что в S-матрице (11) процессы фермион-бозонных переходов, описываемые оператором $k^* W - W^+ k$, абсолютно аналогичны таким же процессам с теми же матричными элементами $A(l, f)$ в динамике нулевых мод. В гамильтониане эта взаимосвязь проявляется в том, что классическая энергия фермионного поля равна нулю, спектр возбуждений не меняется и слагаемое с суперсимметричными дискретными модами $\sum\limits_{\omega_n = \nu_m}$ имеет своим аналогом расщепление этих уровней за счет обмена нулевой модой. С другой стороны, мы наблюдаем эффекты, в которых проявляются непосредственно свойства ψ_c как «классической» составляющей поля. Если k и k^* независимы, то ψ_c не имеет определенной зарядовой четности. Как следствие в этом случае мы имеем ненулевой «классический» заряд $\varkappa F^2$ и слагаемые, в которых фермионы B_l и антифермионы D_l входят в комбинации с неправильным знаком по сравнению с основными слагаемыми.

Литература

[1] *Раджараман Р.* Солитоны и инстантоны. М.: Мир, 1985.

[2] *Daschen R. F., Hasslacher B., Neveu A.* // Phys. Rev. D. 1975. V. 12. № 10. P. 2443. *Friedberg R., Lee T. D.* // Phys. Rev. D. 1977. V. 15. № 5. P. 1694.

[3] *Bardeen W. A., Chanowitz M. S., Drell S. D., Weinstein M., Yan T. M.* // Phys. Rev. D. 1975. V. 11. № 5. P. 1094. *Дорохов А. Е.* // ТМФ. 1984. Т. 61. № 1. С. 64–84.

[4] *Nadkarni S., Nielsen H. B., Zahed I.* // Nucl. Phys. 1985. V. B253. P. 308.

[5] *Garbaczewski P.* // Nucl. Phys. 1983. V. B218. № 2. P. 332; J. Math. Phys. 1985. V. 26. № 3. P. 490–499.

[6] *Aratyn H.* // Nucl. Phys. 1983. V. B227. № 1. P. 172–188.

[7] *Jackiw R., Rebbi C.* // Phys. Rev. D. 1976. V. 13. № 12. P. 3398–3410.

[8] *Боголюбов Н. Н.* // УМЖ. 1950. Т. 2. № 2. С. 3–24; см. также Избранные труды, т. 2. Киев: Наукова думка, 1970. С. 499–519. *Khrustalev O. A., Razumov A. V., Taranov A. Yu.* // Nucl. Phys. 1980. V. B172. P. 44.

[9] *Свешников К. А.* // ТМФ. 1983. Т. 55. № 3. С. 361–384.
[10] *Свешников К. А.* // ТМФ. 1988. Т. 74. № 3. С. 373–391.

Научно-исследовательский институт ядерной физики Московского государственного университета

Поступила в редакцию 29.X.1986 г.

QUANTIZATION IN THE VICINITY OF A CLASSICAL SOLUTION IN THE FERMI FIELD THEORY

Sveshnikov K. A.

Fermi – Bose quantization of a field system is considered in the vicinity of a classical solution of the equation of motion which includes both boson and spinor components. The latter is treated as the absolutely anticommuting (Grassmanian) component of the Fermi field. Due to the transport of the fermion number, such an object causes the mixing of fermion and boson, fermion and antifermion degrees of freedom already on the level of one-particle states (in the quadratic form approximation). Explicit expressions are obtained for the S-matrix operator describing these transport processes as well as for the total Hamiltonian and total fermion number in the approximation mentioned.