

03; 04

© 1991 г.

О ВОЗМОЖНОСТИ ДЕЛЕНИЯ ШАРОВОЙ МОЛНИИ НА ДВЕ

*А. И. Григорьев, С. О. Ширяева, И. Д. Григорьева,
А. Э. Лазарянец, Е. И. Мухина*

Показано, что при поверхностном распределении собственного электрического заряда шаровой молнии (ШМ) она не может под влиянием электрогидродинамической неустойчивости делиться пополам, но способна выбрасывать свое вещество в виде струй. При объемном же распределении заряда картина обратная: ШМ не может выбрасывать струи, но может делиться пополам. Поскольку же оба указанных типа реакции этого природного феномена на внешнее воздействие отмечаются в наблюдениях очевидцев, то можно сделать вывод о плохой электропроводности вещества ШМ. В этом случае на начальной стадии своего существования ШМ будет обладать способностью к делению, а на финальной — к выбрасыванию струй.

Введение

Из описаний очевидцев, наблюдавших шаровые молнии (ШМ) в естественных условиях, известно, что ШМ способны самопроизвольно делиться на две части сравнимых размеров [1-3]. Представляется целесообразным выяснить, при каких физических характеристиках вещества, из которого состоит ШМ, возможно ее деление пополам. Получение ответа на этот вопрос позволило бы произвести выбор между наиболее перспективными альтернативными моделями ШМ.

Нижеследующее рассмотрение проведем в рамках идеализации сплошной среды, принимая, что свободная поверхность вещества ШМ характеризуется определенным значением коэффициента поверхностного натяжения σ . ШМ несет нескомпенсированный электрический заряд q , в результате дестабилизирующего влияния которого и может реализоваться процесс деления. Будут проанализированы две предельные ситуации: 1) вещество ШМ является идеально проводящим и весь заряд сосредоточен на поверхности ШМ, 2) вещество ШМ является идеальным диэлектриком и заряд Q распределен по объему ШМ с постоянной плотностью ρ (т. е. заряд «вморожен» в вещество ШМ). Следует отметить, что задача деления ШМ пополам в такой постановке эквивалентна задаче деления пополам заряженной капли, которая неоднократно рассматривалась ранее [4-8]. Однако в предыдущих анализах обсуждаемая задача решалась лишь качественно, и приведенные в [4-7] численные результаты в отдельных случаях ошибочны.

1. Пусть вещество ШМ представляет собой идеальную несжимаемую идеально проводящую жидкость, обладающую поверхностным натяжением σ . В отсутствие внешних электрических полей ШМ примет сферическую форму радиуса R , а заряд q равномерно распределится по ее поверхности с плотностью $\kappa = q/4\pi R^2$. Вычислим электростатическую силу, действующую на каждую из половинок ШМ (рис. 1) в направлении оси Ox и разрывающую ШМ пополам.

В соответствии с общефизическими представлениями на единицу поверхности ШМ действует пондеромоторная сила

$$f = \frac{1}{8\pi} E^2 = 2\pi\kappa^2,$$

направленная по внешней нормали к поверхности. Выделим на поверхности правого полушария кольцо радиуса $y(x)$ и толщиной $dh = \sqrt{1+y'^2} dx$, где

$y \equiv dy/dx$ (рис. 1). Тогда сила, действующая на такое кольцо в положительном направлении оси Ox ,

$$dF_q = 2\pi y f \cos \theta dh,$$

где θ — угол между направлением внешней нормали к поверхности кольца и положительным направлением оси Ox , $\cos \theta = x/R$.

Тогда

$$dF_q = \frac{4\pi^2}{R} x^2 y \sqrt{1 + y^2} dx,$$

где $y(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$ — уравнение образующей.

Выражение для полной электростатической силы, действующей на правую половину ШМ в направлении оси Ox , будет иметь вид

$$F_q + 4\pi^2 x^2 \int_0^R dx = \frac{q^2}{8R^2}.$$

По своему физическому смыслу F_q — сила отталкивания друг от друга половинок поверхностно заряженной ШМ. Удерживает эти половинки вместе лапласовская сила F_σ , действующая в плоскости симметрии, перпендикулярной оси Ox , $F_\sigma = 2\pi R\sigma$.

Если полный заряд ШМ q имеет такую величину, что F_σ превышает F_q , тогда при виртуальном изменении формы поверхности $\sim P_2(\cos \theta)$ (при возбуждении основной моды капиллярных волн) силы поверхностного натяжения вернут поверхности сферическую форму. В противном случае ШМ будет вытягиваться в сфероид [9].

Очевидно, что условие баланса сил F_σ и F_q определяет критическую величину заряда q_* , разграничивающую области устойчивости и неустойчивости поверхности ШМ по отношению к вытягиванию ее в сфероид,

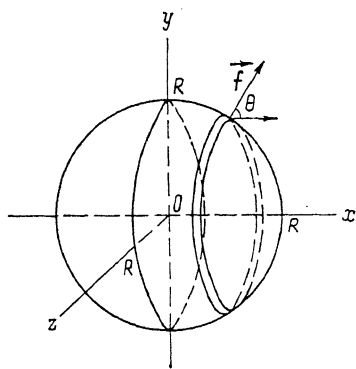


Рис. 1.

$$2\pi R\sigma = \frac{q_*^2}{8R^2}$$

или

$$W \equiv \frac{q_*^2}{16\pi\sigma R^3} = 1.$$

Таким образом, при значениях $W \geq 1$ первоначально сферическая форма ШМ имеет возможность деформироваться в сфероидальную. Дальнейшая эволюция формы ШМ (разорвется она пополам или сохранит сфероидальную форму) определится тем, как разность действующих на половинки сфероида сил $\Delta F = F_q - F_\sigma$ зависит от величины эксцентриситета e . Чтобы определить характер этой зависимости, рассмотрим ШМ сфероидальной формы, несущую тот же заряд q и имеющую тот же объем.

Силу отталкивания половинок сфероида F_q несложно посчитать, используя известное выражение для поверхностной плотности заряда проводящего сфероида [5]

$$\sigma(x, y) = \frac{Q}{4\pi a b^2} \left\{ \frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} \right\}^{-1/2}$$

в виде

$$F_q = \int_0^a x^2 \cos \theta y \sqrt{1 + y^2} dx,$$

где

$$y(x) = b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$$

— уравнение образующей сфероида; θ — угол между направлением внешней нормали к поверхности и положительным направлением оси Ox (рис. 2), как и раньше; a и b — большая и малая полуоси сфероида.

Из рис. 2 несложно видеть, что

$$\cos \theta = \frac{|y'|}{\sqrt{1 + y'^2}}.$$

Тогда

$$F_1 = \frac{q^2}{4a^2b^2} \int_0^a \frac{x dx}{(x/a^2)^2 + (y/b^2)^2} = \frac{q^2}{8R^2} \frac{(1 - e^2)^{2/3}}{e^2} \ln \frac{1}{1 - e^2}.$$

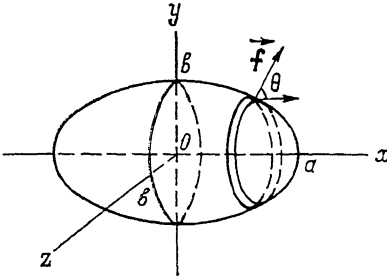


Рис. 2.

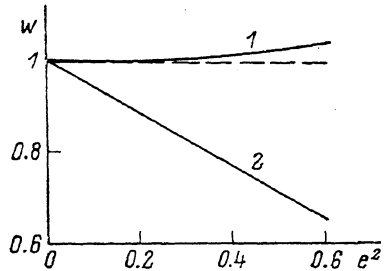


Рис. 3.

Сравнивая это выражение с лапласовской силой

$$F_s = 2\pi\sigma b = 2\pi\sigma R (1 - e^2)^{1/6},$$

получаем условие нарушения устойчивости поверхностно заряженного сфероида в виде зависимости критического значения W от e^2

$$W \equiv \frac{q^2}{16\pi\sigma R^3} \geq \frac{e^2}{\sqrt{1 - e^2} \ln(1 - e^2)^{-1}}. \quad (1)$$

Правая часть (1) является медленно растущей функцией e , имеющей минимальное значение, равное единице, при $e=0$ (рис. 3, кривая 1). Это означает, что при увеличении эксцентриситета лапласовская сила (в плоскости симметрии) убывает медленнее, чем сила кулоновского отталкивания. Следовательно, поверхностно заряженная проводящая сфероидальная ШМ при $W \geq 1$ будет вытягиваться в сфероид, но пополам не порвется, т. е. она устойчива относительно деления (по плоскости симметрии) на две равные части при значительных (в рамках разумного) деформациях.

Полученный результат противоречит данным оценочного расчета возможности деления сфероидальной проводящей капли пополам, проведенного в [7] и оттуда попавшего в новое издание монографии [4] и другие работы (см., например, [5]). Авторы [7] провели оценку возможности деления сфероидальной капли пополам на основе энергетического принципа: сравнивая полную свободную энергию изолированной исходной капли, состоящую из энергии сил поверхностного натяжения и энергии электрического поля заряда q , с энергиями двух одинаковых капель, получившихся в результате деления, с зарядами $0.5 \cdot q$ и радиусами $R \cdot 2^{-1/3}$. Но по непонятной причине в оценке оказался опущен член, учитывающий энергию электростатического взаимодействия дочерних капель друг с другом, величина которого составляет $\approx 20\%$ от полной энергии конечного состояния. Это и привело авторов [7] к неверному результату.

Следует отметить, что условие $W \geq 1$ является критическим для развития в идеально проводящем веществе ШМ неустойчивости Рэлея. При этой неустойчивости ШМ (согласно вышесказанному) [9, 10] вытягивается в сфероид с $e^2 \approx 0.7$, на вершинах которого за счет суперпозиции высоких мод капиллярных волн образуются эмиттирующие выступы. С вершин этих выступов начинается эмиссия сильно заряженных высокодисперсных капелек (размеры которых примерно на два порядка меньше R), уносящих избыточный заряд [4]. После потери в таком процессе $\approx 23\%$ исходного заряда и $\approx 0.5\%$ массы ШМ возвратится к исходной сферической форме [8]. На рис. 3 кривой 2 представлена зависимость критического для процесса значения параметра W от e^2 , полученная в [10].

Визуально такое поведение ШМ будет восприниматься как выбрасывание струйки искр. При радиусе ШМ $R = 10$ см размеры выбрасываемых искр будут ~ 1 мм, а время жизни ~ 1 с [3]. Подобная особенность поведения ШМ встречается в описаниях очевидцев достаточно часто [1-3].

2. Рассмотрим другой предельный случай: вещество ШМ представляет собой идеально несжимаемому непроводящую жидкость. Пусть в отсутствие внешних электрических полей радиус ШМ есть R . Примем, что полный заряд q , которым обладает ШМ, равномерно распределен по всему ее объему с объемной плотностью $\rho = 3q/4\pi R^3$.

Напряженность электрического поля внутри равномерно по объему заряженного шара

$$E = \frac{4}{3} \pi r \rho \quad (0 \leq r \leq R).$$

Тогда сила, действующая на элемент объема шара dV в направлении оси Ox , равна

$$dF_q = E_x \rho dV = E \rho \cos \theta dV,$$

где θ — угол между радиус-вектором элемента объема dV и положительным направлением оси Ox (рис. 1).

Полная сила, действующая на правое полушарие в направлении оси Ox , есть

$$F_q = \rho \int E_x dV = \frac{4}{3} \pi \rho^2 \int r \cos \theta dV,$$

где интегрирование ведется по объему правого полушария.

В итоге кулоновская сила отталкивания двух половинок объемно заряженного шара равна

$$F_q = \frac{\pi^2}{3} \rho^2 R^4 = \frac{3}{16} \frac{q^2}{R^6}.$$

Лапласовская сила, удерживающая обе половинки вместе, как и раньше,

$$F_\sigma = 2\pi R \sigma.$$

Условие нарушения устойчивости ШМ в рассматриваемом случае примет вид

$$F_q \geq F_\sigma : \frac{3}{16} \frac{q^2}{R^2} \geq 2\pi R \sigma$$

или

$$W \equiv \frac{q^2}{16\pi\sigma R^3} \geq \frac{2}{3}.$$

Таким образом, равномерно по объему заряженная ШМ может начать деформироваться в сфероид при значениях параметра Рэлея $W \geq 2/3$. Как указывалось выше, дальнейшая эволюция деформации ШМ определится характером зависимости сил F_q и F_σ от эксцентриситета e .

Как и в предыдущем случае, рассмотрим каплю идеальной несжимаемой непроводящей жидкости, деформированную в вытянутый сфероид и заряженную равномерно по объему с плотностью ρ . Кулоновская сила, действующая на

правую половину сфероида в направлении оси Ox (рис. 2) и разрывающая сфероид пополам, имеет вид

$$F_q = \rho \int E_x dV. \quad (2)$$

Здесь интегрирование ведется по объему половины сфероида. Используя выражения для x -компоненты вектора напряженности электрического поля внутри равномерно по объему заряженного сфероида [11]

$$E_x = 4\pi\rho x \frac{ab^2}{2} \int_0^\infty \frac{du}{(a^2 + u)^{3/2} (b^2 + u)} \equiv K(\rho, e)x,$$

$$K(\rho, e) = 4\pi\rho \frac{1 - e^2}{e^3} [\operatorname{arth} e - e]$$

и уравнение поверхности сфероида в виде

$$r(\theta) = \left[\frac{\sin^2 \theta}{b^2} + \frac{\cos^2 \theta}{a^2} \right]^{-1/2},$$

интеграл (2) несложно вычислить в сферической системе координат

$$F_q = \frac{9}{16} \frac{q^2}{R^2} \frac{(1 - e^2)^{3/2}}{e^3} [\operatorname{arth} e - e].$$

Тогда условие нарушения устойчивости по отношению к делению пополам объемно заряженного сфероида $F_q \geq F_\sigma$ примет вид

$$\frac{9}{16} \frac{q^2}{R^2} \frac{(1 - e^2)^{3/2}}{e^3} [\operatorname{arth} e - e] \geq 2\pi R\sigma (1 - e^2)^{1/2}.$$

или

$$W \equiv \frac{q^2}{16\pi\sigma R^3} \geq \frac{2}{9} \frac{e^3}{\sqrt{1 - e^2}} \frac{1}{\operatorname{arth} e - e}. \quad (3)$$

Правая часть (3) является медленно убывающей функцией эксцентриситета e до значений $e \approx 0.78$ и медленно растущей функцией e при $e > 0.78$, не превышающей единицы вплоть до $e = 0.999$ (рис. 4, кривая 1).

Таким образом, при выполнении условия (3) объемно заряженная ШМ вытягивается в сфероид, причем с увеличением e кулоновская сила отталкивания уменьшается медленнее, чем лапласовская. В результате ШМ имеет возможность разорваться пополам.

Несложно видеть, что после однократного деления вновь образовавшиеся ШМ будут устойчивы по отношению к собственным зарядам и дальнейшее их деление не будет иметь места, даже если предположить, что вещество ШМ может испаряться. В самом деле, рассмотренная в данном разделе ситуация вещества ШМ из идеального диэлектрика с равномерно распределенным в нем зарядом означает «вымороженность» заряда в жидкость. Испарение вещества ШМ будет сопровождаться также и пропорциональной потерей заряда. Накопление заряда на остатке испаряющейся ШМ, как в случае идеализации проводящей жидкости, иметь места не будет.

Следует отметить, что исследования устойчивости объемно заряженного сфероида к виртуальным возмущениям различных мод капиллярных волн, проведенные на основе энергетического принципа [11], показали, что критическое значение параметра Рэлея W по отношению к эмиссии высокодисперсных

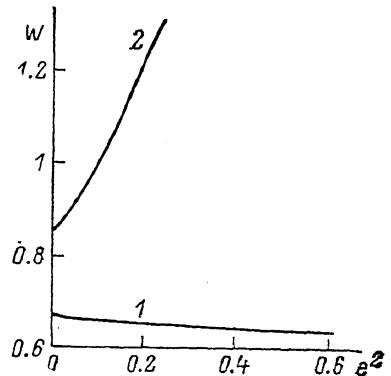


Рис. 4.

сильно заряженных капелек быстро растет с увеличением e^2 (кривая 2 на рис. 4), следовательно, на практике реализоваться не может.

3. Проведенный выше анализ показывает, что такое свойство ШМ, как деление на две части сравнимых размеров, может реализоваться только в том случае, когда вещество ШМ является плохо проводящим и ее нескомпенсированный электрический заряд распределен по объему ШМ. Требование постоянства объемной плотности заряда ρ , использованное в разделе 2, не является строгим, и полученный результат качественно не изменится при появлении степенной зависимости объемной плотности заряда от расстояния до центра капли вида

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2 + z^2}{b^2} \right)^n. \quad (4)$$

Ситуации с равномерным по объему распределением заряда в (4) соответствует $n=0$. При $n \rightarrow \infty$ получится другая, рассмотренная выше ситуация поверхности заряженной ШМ. При $0 \leq n \leq \infty$ выражение (4) даст распределение

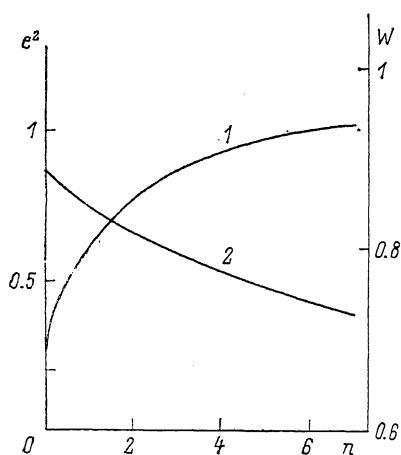


Рис. 5.

можно аппроксимировать распределение заряда в реальных плохо проводящих веществах на интервалах времени, меньших времени релаксации заряда в веществе τ_0 . Как показывает анализ (при самых общих предположениях о конкретном механизме деления ШМ), при не слишком больших значениях n ($n \leq 5$) развитие электрогидродинамической неустойчивости в веществе ШМ будет происходить по механизму, схематично описанному в разделе 2. При больших значениях n ($n > 10$) развитие неустойчивости в ШМ будет происходить по схеме, описанной в разделе 1. Следует отметить, что критическое для потери устойчивости по отношению к собственному заряду значение параметра W (для сферической ШМ) увеличивается с увеличением n от $2/3$ при $n=0$ до 1 при $n \rightarrow \infty$. На рис. 5 приведены зависимости от n критического значения W (кривая 1), а также максимальной величины квадрата эксцентриситета сфероида e^2 , в который может вытянуться первоначально сферическая ШМ при данном значении n (кривая 2). Следует указать, что из существующих моделей ШМ объемным распределением заряда обладают модели И. П. Стаханова [2] и Б. М. Смирнова [12]. Необходимо также подчеркнуть, что мы подробно рассмотрели лишь две предельные ситуации: идеально проводящего и идеально диэлектрического вещества ШМ. В реальной ситуации в зависимости от физико-химических свойств вещества ШМ могут вести себя как диэлектрики (на временных интервалах, много меньших характерного времени перераспределения заряда в веществе τ_0) и как идеальные проводники (если характерное время развития электрогидродинамической неустойчивости много больше τ_0). Другими словами, в реальной ситуации ШМ, имеющие объемное распределение заряда, постепенно стекающего к поверхности за счет кулоновского расталкивания, могут делиться пополам на начальной стадии своей эволюции и выбрасывать струи искр на финальной стадии.

Интересно отметить, что исчезновение ШМ часто происходит при их приближении к заземленным проводникам путем выбрасывания ШМ струи в сторону проводника и замыкании на него. Это явление может быть объяснено локальным усилением за счет индукционного взаимодействия электрического поля у поверхности ШМ, ориентированной в сторону проводника, и развитием в веществе ШМ электрогидродинамической неустойчивости капиллярных волн. Согласно данным экспериментов (см., например, [13, 14]), такая неустойчивость для хорошо проводящих жидкостей проявляется в эмиссии сильно заряженных высокодисперсных капелек, а для плохо проводящих — в выбросе струй жид-

кости, как это и происходит в ШМ. Это обстоятельство является еще одним подтверждением проведенного выше анализа, указывающего на плохую электропроводность вещества ШМ.

Следует также отметить, что в соответствии с данными статистической обработки на ЭВМ ≈ 4000 описаний ШМ, собранных авторами, способность ШМ делиться на две части сравнимых размеров проявляется с вероятностью ≈ 0.01 . Способность же ШМ выбрасывать струи вещества в сторону заземленных проводников отмечается примерно в пять раз чаще. Это может свидетельствовать в пользу предположения, что характерное время релаксации электрического заряда в веществе ШМ примерно на порядок меньше характерной длительности существования ШМ, которое составляет десятки секунд.

В заключение укажем, что все вышесказанное о возможности деления ШМ пополам в равной степени относится к заряженным жидко-капельным аэрозолям, отдельным каплям и кластерам (если для последних имеется возможность ввести понятие поверхностного натяжения).

Список литературы

- [1] *Brand W.* Der Kugelblitz. Hamburg: Henri Grand, 1923. 170 s.
- [2] *Стаханов И. П.* Физическая природа шаровой молнии. М.: Атомиздат, 1979. 240 с.
- [3] *Grigoryev A. I., Grigorjeva I. D., Shiryayeva S. O.* // Science of Ball (Fire Ball). Singapore; London; Hong Kong, 1989. P. 88—134.
- [4] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
- [5] *Елецкий А. В., Смирнов Б. М.* // УФН. 1989. Т. 159. № 1. С. 45—81.
- [6] *Elgharaly H. M. A., Castle G. S. P.* // IEEE Trans. Appl. 1986. Vol. IA-22. N 5. P. 892—896.
- [7] *Emelens K. G., Breslin A. C.* // Int. J. Electron. 1983. Vol. 54. N 2. P. 195—199.
- [8] *Григорьев А. И., Ширяева С. О.* // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 2. С. 5—13.
- [9] *Григорьев А. И., Ширяева С. О., Белашина Е. И.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 6. С. 27—34.
- [10] *Григорьев А. И.* // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 7. С. 1272—1278.
- [11] *Муратов Р. З.* Потенциалы эллипсоида. М.: Атомиздат, 1976. 144 с.
- [12] *Смирнов Б. М.* Проблема шаровой молнии. М.: Наука 1988. 208 с.
- [13] *Zeleny J.* // Phys. Rev. 1917. Vol. 10. N 1. P. 1—6.
- [14] *Верещагин И. П., Левитов В. И., Мирзабекян Г. З., Пашин М. М.* Основы электрогазодинамики диспергированных систем. М.: Энергия, 1974. 480 с.

Ярославский государственный
университет

Поступило в Редакцию
15 января 1990 г.
В окончательной редакцию
19 апреля 1990 г.