Math-Net.Ru
Общероссийский математический портал

В. И. Высоцкий, В. И. Воронцов, Р. Н. Кузьмин, О возможности квантовотормозной самомодуляции пучка релятивистских частиц при каналировании в кристаллах,
Физика твердого тела, 1987, том 29, выпуск 12, 3638–3643

https://www.mathnet.ru/ftt1626

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
https://www.mathnet.ru/rus/agreement

Параметры загрузки:
IP: 18.97.9.173
20 января 2026 г., 21:03:59

УДК 537.533.7

О ВОЗМОЖНОСТИ КВАНТОВОТОРМОЗНОЙ САМОМОДУЛЯЦИИ ПУЧКА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ ПРИ КАНАЛИРОВАНИИ В КРИСТАЛЛАХ

В. И. Высоцкий, В. И. Воронцов, Р. Н. Кузьмин

Рассмотрены физические предпосылки и сделаны количественные оценки принципиально нового физического эффекта — явления квантовотормозной самомодуляции пучка быстрых частиц при каналировании в кристаллах. Появление самомодуляции обусловлено нестационарной интерференцией собственных волн каналируемой частицы в области взаимной когерентности и с учетом разницы селективных тормозных потерь этих волн. Показано, что для сверхрелятивистских частиц частота модуляции лежит в области от мягкого рентгеновского до жесткого гамма-диапазона. Из оценок следует, что модуляция на таких частотах сохраняется в пределах макроскопически больших областей после кристалла, достигающих нескольких метров. Для нерелятивистских тяжелых частиц (протонов) максимальная частота модуляции соответствует оптическому диапазону.

Работа практически любого высокочастотного генератора в конечном счете связана с использованием модулированных пучков заряженных частиц. При переходе в оптическую, ВУФ и тем более рентгеновскую области спектра традиционные радиотехнические схемы модуляции принципиально непригодны. Обычно в этих областях модуляцию связывают с разного рода фазовыми неустойчивостями, как, например, в ЛСЭ на магнитном виглере [1] или при каналировании за счет параметрических процессов [2]. Необходимо отметить, что все «фазовые» модели типа [1, 2] являются пороговыми и требуют для появления модуляции при, например, $\lambda \approx 2 \div 10$ Å тока релятивистских частиц исключительно высокой плотности $j \approx 10^7 \div 10^8$ А/см^2.

Наряду с этими «плазменными», преимущественно классическими, моделями в ряде работ проводился анализ проблемы модуляции на основе одночастичного квантового подхода к электрон-фотонному взаимодействию для объяснения опыта Шварца и Хора [3], для модели электронного интерферометра с ускорением частиц в одном из плеч [4], для задачи о двухволновой дифракции электронов в кристаллах [5, 6].

Все эти вынужденные механизмы модуляции отличаются низкой эффективностью, малым инкрементом нарастания модуляции и, что основное, принципиально непригодны в более коротковолновом, чем оптический, диапазоне.

Ниже впервые проводится рассмотрение возможностей эффективной высокочастотной непороговой самомодуляции с $\lambda \approx 0.1 \div 10$ Å пучка быстрых частиц, вводимых в кристаллический канал, представляющий собой по сути селективно диссипативную систему, квантующую медленное поперечное движение. Отметим, что полученные результаты при очевидном переопределении параметров соответствуют также движению в продольном магнитном поле и в других вариантах ондуляторов. Отметим также то уникальное обстоятельство, что рассматриваемый ниже новый квантовотормозной механизм может приводить к высокочастотной самомодуля-

ции пучков незаряженных (в том числе нерелятивистских) частиц, например нейтронов [7], что практически невозможно осуществить иными методами, но представляет исключительный интерес для исследования проявления когерентности в ядерных реакциях.

Суть эффекта основывается на следующей простой идее. Известно, что малоугловому движению быстрых частиц в кристаллах можно сопоставить усредненный по продольной и периодический по поперечной координатам потенциал плоскостей или осей. При этом поперечное движение частиц в системе периодически расположенных потенциальных ям оказывается квантованным, а общая волновая функция частицы в канале [8-11]

$$\Psi(\mathbf{r}, t)|_{z\geqslant 0} = \sum_n B_n \Psi_n(\mathbf{r}, t), \quad \Psi_n(\mathbf{r}, t) = \varphi_n(\mathbf{r}_\perp) \exp[-i(Et - p_{nz}z)/\hbar] \tag{1}$$

описывается суперпозицией собственных волновых функций $\Psi_n(\mathbf{r}, t)$, соответствующих состояниям с полной энергией E, продольным импульсом

$$p_{nz} = (E^2 - \mu^2c^4 - 2\mu c^2\varepsilon_n)^{1/2}/c \approx \gamma\mu c - \varepsilon_n/\gamma c$$

и энергией поперечного движения ε_n/γ, где $\gamma = E/\mu c^2$.

Амплитуда возбуждения (заселения) уровня n

$$B_n = \int \varphi_n^*(\mathbf{r}_\perp) \exp(i\mathbf{p}_{0\perp}\mathbf{r}_\perp/\hbar)\, d\mathbf{r}_\perp$$

находится из условия непрерывности $\Psi(\mathbf{r}, t)$ во входом сечении канала, на которое падает волна

$$\Psi(\mathbf{r}, t)|_{z\leqslant 0} = A \exp[-i(Et - p_{0z}z - \mathbf{p}_{0\perp}\mathbf{r}_\perp)/\hbar],$$

описывающая свободную частицу.

Обычно в физике каналирования используются достаточно толстые кристаллы (длинные каналы) с продольным размером L, в пределах которых отдельные парциальные волны $\Psi_n(\mathbf{r}, t)$ вследствие разного рода флуктуаций при взаимодействии с электронами и ядрами решетки быстро теряют взаимную когерентность, так что в результате движение на каждом из квантовых уровней становится полностью некоррелированным и независимым. Впервые динамика такой быстрой дефазировки на основе упругих процессов, определяемой временем τ_c и длиной $l_c = v\tau_c$ когерентности, была рассмотрена в [12]. Для релятивистских частиц типичное значение $l_c \leqslant 0.5 \div 1$ мк мало как по сравнению с длиной деканалирования для них $l_д$, так и по сравнению с длиной канала L. Вследствие этого малую когерентную область $l_c \ll l_д$, L обычно просто игнорируют, считая ее влияние несущественным по сравнению с влиянием области «истинного» некогерентного каналирования $l_д - l_c$.

Ситуация принципиально меняется при использовании тонких кристаллов, когда $l_c > L$, но $l_c < l_д$. В этом случае на протяжении всего канала (а также на некотором расстоянии после выхода из него) волны $\Psi_n(\mathbf{r}, t)$ сохраняют взаимную когерентность. Попутно отметим, что, поскольку l_c определяется наряду с исходной немонохроматичностью пучка также эффективностью взаимодействия каналируемых частиц с кристаллом, различной для разных $\Psi_n(\mathbf{r}, t)$, то в принципе возможна ситуация, когда $l_c^{(m)} < L < l_c^{(k)}$, где k и m — квантовые числа для слабо- и сильновзаимодействующих состояний. В этом случае процесс каналирования будет когерентным для $\Psi_k(\mathbf{r}, t)$ и некогерентным для $\Psi_m(\mathbf{r}, t)$.

Дальше отметим следующее и наиболее существенное обстоятельство. До настоящего времени во всех работах по физике каналирования при исследовании когерентных характеристик игнорировались неупругие эффекты в канале, не без основания считая, что их влияние на фазовую релаксацию мало по сравнению с воздействием упругого рассеяния [10, 11]. Однако в области когерентности собственных функций $\Psi_n(\mathbf{r}, t)$ неупругие эффекты приводят к другому, присущему только им, явлению. Дело в том,

что каналируемые частицы теряют энергию, причем частицы, находящиеся в разных состояниях $\Psi_n(\mathbf{r}, t)$, характеризуются различным средним темпом потерь $\overline{\Delta E_n}(z)$. Если бы торможение происходило строго по детерминированному (невероятностному) закону $\Delta E_n(z) = \overline{\Delta E_n(z)}$, то на выходе короткого канала длиной $L < l_c$ волновая функция каждой частицы описывалась бы суперпозицией типа (1) с учетом очевидных фаз

$$\Psi(\mathbf{r}_\perp, L, t) = \sum_n B_n \Psi_n(\mathbf{r}_\perp, L, t) = \sum_n B_n \varphi_n(\mathbf{r}_\perp) \times$$

$$\times \exp\{-i[[(E - \Delta E(L))t - (p_{nz} - \Delta p_{nz}(L))L]/\hbar + \alpha_n(L)]\}. \quad (2)$$

В выражении (2)

$$\Delta p_{nz}(L) = \{p_{nz} - [(E - \Delta E_n(L))^2 - \mu^2 c^4]^{1/2}/c \approx \gamma \Delta E_n(L)/\sqrt{\gamma^2 - 1}\, c,$$

$$\alpha_n(L) = \int_0^L [p_{nz} - \Delta p_{nz}(z)]\, dz/\hbar$$

— фазовый набег каждой из волн $\Psi_n(\mathbf{r}, t)$ на длине канала.

Используя представление (2), легко найти выражение для плотности продольного тока частиц на выходе из канала

$$j_z(\mathbf{r}_\perp, L, t) = \frac{ie\hbar}{2\mu}(\Psi\nabla\Psi^* - \Psi^*\nabla\Psi)_z = \sum_{nm}\{j_{nm}(\mathbf{r}_\perp) \times$$

$$\times \exp[-i(\Omega_{nm}t - k_{nm}L + \alpha_m(L) - \alpha_n(L)] + \text{к. с.}\}, \quad (3)$$

$$j_{nm}(\mathbf{r}_\perp) = \frac{ep_z}{2\mu} B_n B_m^* \varphi_n(\mathbf{r}_\perp)\varphi_m^*(\mathbf{r}_\perp), \quad \Omega_{nm} = [\Delta E_n(L) - \Delta E_m(L)]/\hbar,$$

$$k_{nm} = [\Delta p_{nz}(L) - \Delta p_{mz}(L)]/\hbar.$$

Учтем, что для хорошо коллимированных пучков частиц при падении на кристалл под углом меньше угла Линдхарда существенную амплитуду имеет только несколько мод $\Psi_n(\mathbf{r}, t)$, для которых, например, в случае плоскостного каналирования пространственная структура в поперечном направлении близка к $\exp(i\mathbf{p}_{0\perp}\mathbf{r}_\perp/\hbar)$. Отметим также, что в случае тонкого кристалла с $L < l_c < l_д$ «перемешивания» различных состояний в канале не происходит. При этом ясно, что малое число возбуждаемых мод с большой амплитудой $|B_n| \approx 0.3 \div 0.7$ [8-11, 13] приводит в результате к весьма небольшому набору возможных спектральных составляющих плотности тока $\mathbf{j}_{nm}$ на частотах Ω_{nm}. Поле в свободном пространстве при $z > L$ может быть найдено из следующих соображений. Вследствие того что задача рассматривается в тонких, не разрушающих когерентность, кристаллах, волны, соответствующие одному и тому же собственному решению $\Psi_n(r, t)$ в различных каналах, также когерентны между собой и естественным образом интерферируют на выходе кристалла, образуя пики с расходимостью

$$\delta\theta = 2\pi\hbar/[p_{nz} - \Delta p_{nz}(L)]\, D$$

в брэгговских направлениях

$$\theta_s = 2\pi s\hbar/[p_{nz} - \Delta p_{nz}(L)]\, a,$$

где D — ширина пучка, a — период решетки.

Легко убедиться в том, что все пучки с разными энергиями $E - \Delta E_n(L)$ перекрываются в пространстве. Действительно, разность направлений $\Delta\theta_{nm}$ любой пары волн

$$\Delta\theta_{nm} \equiv \theta_s(n) - \theta_s(m) \approx 2\pi s\hbar(\varepsilon_n - \varepsilon_m)/\gamma^3\mu^2c^3a$$

для релятивистских частиц пренебрежимо мала и составляет величину $\Delta\theta_{nm} \lesssim 10^{-8}$. Этот результат показывает, что решение типа (3) справедливо

вплоть до расстояний $z_{\max} \approx D/\Delta\theta_{nm} \gg 10^6$ см. В итоге в свободном пространстве выражение для продольного (по направлению $\mathbf{r}_\parallel$ брэгговской дифракции θ_s на системе выходных отверстий каналов) тока пучка описывается соотношением

$$j_{\parallel s}(\mathbf{r}, t) = j_{nm}(\mathbf{p}_{s\perp}) \exp\{-i[\Omega_{nm}t - k_{nm}r_\parallel + a_m(L) - a_n(L)]\} + \text{к. с.}, \tag{4}$$

$$j_{nm}(\mathbf{p}_{s\perp}) = \frac{ep_{0z}}{4\pi\mu} B_n B_m^* \int\limits_0^D \varphi_n(\mathbf{r}_\perp) \exp(-i\mathbf{p}_{s\perp}\mathbf{r}_\perp/\hbar)\, d\mathbf{r}_\perp \int\limits_0^D \varphi_m^*(\mathbf{r}_\perp) \exp(-i\mathbf{p}_{s\perp}\mathbf{r}_\perp/\hbar)\, d\mathbf{r}_\perp.$$

Учет реальных флуктуационных процессов существенно усложняет картину модуляции. Вследствие исходной немонохроматичности пучка с дисперсией энергии $\overline{(\delta E)^2}$ и импульса $\overline{(\delta p_z)^2}$ при средних значениях $\bar{E}$ и $\bar{p}_z$, а также флуктуационного характера торможения с соответствующей дисперсией $\overline{\{\delta(\Delta E_n(L)\}^2}$ и средним значением $\overline{\Delta E_n}(L)$ каждая из волн $\Psi_n(\mathbf{r}, t)$ (1) характеризуется конечным временем и длиной когерентности

$$\tau_c(n) = \hbar\sqrt{2}/[\overline{(\delta E)^2} + \overline{\{\delta(\Delta E_n(L))\}^2}]^{1/2}, \quad l_c(n) \approx v\tau_c(n).$$

При этом взаимная когерентность любой пары волн $\Psi_n(\mathbf{r}, t)$ и $\Psi_m(\mathbf{r}, t)$ характеризуется временем и длиной

$$\tau_c(nm) = \hbar\sqrt{2}/[\overline{(\delta E)^2} + \overline{\{\delta(\Delta E_n(L))\}^2} + \overline{\{\delta(\Delta E_m(L))\}^2}]^{1/2}, \quad l_c(nm) \approx v\tau_c(nm).$$

Из последнего условия, в частности, следует, что эти волны будут взаимно когерентны только в пределах такой области $r_{nm\parallel}$ после кристалла, на протяжении которой их фронты с фиксированной фазой

$$\Phi_{n,m} = [(\bar{E} - \Delta\bar{E}_{n,m}(L))\, t - (\bar{p}_{n,mz} - \overline{\Delta p_{n,mz}}(L))\, r_\parallel]/\hbar \equiv (\bar{E}_{n,m}t - \bar{p}_{n,m}r_\parallel)/\hbar$$

вследствие разных скоростей $\bar{v}_{n,m}$ и импульсов $\bar{p}_{n,m}$ разойдутся в продольном направлении $r_\parallel$ на расстояние, равное длине взаимной когерентности $l_c(nm)$.

Например, зафиксировав нулевую фазу $\Phi_{n,m} = 0$, находим, что волна $\Psi_{n,m}(\mathbf{r}, t)$ за время t сместится на расстояние $r_{n,m\parallel} = \bar{E}_{n,m}t/\bar{p}_{n,m}$. С учетом общего соотношения $p_n = (E_n^2 - \mu^2c^4)^{1/2}/c$ находим $r_{n,m\parallel} \approx ct[1 - (\mu c^2/\bar{E}_{n,m})^2]^{-1/2}$. Из предельного соотношения $l_c(nm) = |r_{n\parallel} - r_{m\parallel}|$ находим время $t = t_{nm}$ и размер области после кристалла (квантовотормозного модулятора)

$$r_{nm\parallel} \approx ct_{nm} \approx l_c(nm)/|\{1 - (\mu c^2/\bar{E}_n)^2\}^{-1/2} - \{1 - (\mu c^2/\bar{E}_m)^2\}^{-1/2}|, \tag{5}$$

где волны являются когерентными и могут эффективно интерферировать, образуя модулированный ток (4). С учетом определения $l_c(nm)$ и малости $\overline{\Delta E}_{n,m} \ll \bar{E}_{n,m}$ для релятивистских частиц с $\gamma \gg 1$ находим

$$r_{nm\parallel} \approx \lambda_{nm}\gamma^2 Q, \tag{6}$$

где

$$Q = \bar{E}/[\overline{(\delta E)^2} + \overline{\{\delta(\Delta E_n(L))\}^2} + \overline{\{\delta(\Delta E_m(L))\}^2}]^{1/2},$$

$\lambda_{nm} = c\hbar/|\bar{E}_n - \bar{E}_m| \equiv 2\pi c/\Omega_{nm}$ — длина волны, соответствующая частоте Ω_{nm} тормозной модуляции пучка частиц.

Необходимая для модуляции на заданной частоте толщина среды L (длина канала) может быть определена из формулы для средних потерь энергии $\overline{\Delta E}_n(L) = -N_n^*\Phi(Z)EL$ и равна [14]

$$L = \hbar\Omega_{nm}/|N_m^* - N_n^*|\,\Phi(Z)E, \tag{7}$$

$$N_s^* = \int\limits_0^a N(r_\perp)\,|\varphi_s(r_\perp)|^2\, dr_\perp,$$

а $N(r_\perp) \equiv \overline{N(r)}$ — усредненная по плоскости каналирования плотность атомов решетки $N(r)$ с зарядом каждого из них Ze. Величина $\Phi(Z)$ характеризует эффективное сечение торможения, равное, например, для релятивистских электронов с $\gamma \gg 137Z^{-1/3}$

$$\Phi(Z) \approx 5.79 \cdot 10^{-28} Z(Z+1.3)[\ln(183Z^{-1/3}) + 2/9] \text{ см}^2.$$

Как следует из физики явления каналирования [8-12], величина N_s^* в зависимости от четности каналированного состояния, энергии и температуры может лежать в интервале $N_s^* \approx (2 \div 5)N$, где N — усредненная по объему («истинная») плотность атомов кристалла. Принимая, для оценки, $|N_m^* - N_n^*| \approx N \approx 3 \cdot 10^{22}$ см$^{-3}$, $Z \approx 14$, $L = 0.5$ мкм (что соответствует кристаллу Si и не приводит к нарушению когерентности каналируемых состояний), находим $\hbar\Omega_{nm} \approx 4 \cdot 10^{-6} E$, что при энергии частиц пучка $E = 500$ МэВ приводит к энергии модуляции $\hbar\Omega_{mn} \approx 2$ кэВ. Соответственно для кристалла Ge с $Z = 32$, $N \approx 3.5 \cdot 10^{22}$ см$^{-3}$ при тех же L и E имеем $\hbar\Omega_{nm} \approx 12$ кэВ, а для W $\hbar\Omega_{mn} \approx 80$ кэВ.

В заключение оценим размер области сохранения модуляции $r_{nm\parallel}$.

Вышеперечисленные параметры и оценки показывают, что вследствие малости отношения $(\hbar\Omega_{nm}/\bar{E})^2 \approx 10^{-9} \div 10^{-11}$, близкого по порядку величины для случая многократных радиационных потерь к относительной дисперсии торможения $\overline{\{\delta(\Delta E_{n,m}(L))\}^2}/\bar{E}^2$ и существенно меньшего, чем исходная относительная дисперсия, вызванная начальной немонохроматичностью пучка $\overline{(\delta E)^2}/\bar{E}^2 \equiv Q_0^{-2} \approx 10^{-6} \div 10^{-7}$, возможно для рассмотренной модели пренебрежение в выражениях для $\tau_c(nm)$, $l_c(nm)$, Q дисперсией торможения и замена $Q \to Q_0$. Этот результат существенно упрощает нахождение $r_{nm\parallel}$ (6), не требуя привлечения для вычисления дисперсии торможения громоздких и противоречивых теорий.

Итак, для сделанных выше оценок имеем $r_{nm\parallel}$ (см) ≈ 50, ≈ 8, ≈ 1.2 для кристаллов Si, Ge и W соответственно. С ростом энергии ускоренных частиц значения $\hbar\Omega_{nm}$ и $r_{nm\parallel}$ возрастают пропорционально E. Отсюда, в частности, следует, что при использовании ускорительных комплексов типа АРУС или СЛАК ($E \approx 5 \div 20$ ГэВ) указанный квантовотормозной механизм самомодуляции позволяет получить модулированный пучок электронов с энергией модуляции вплоть до $\hbar\Omega_{nm} \approx 1 \div 4$ МэВ, что недостижимо никакими другими методами. Глубина модуляции при этом может характеризоваться достаточно большой величиной $\delta = |B_n B_m^*| \approx 0.05 \div 0.3$.

Для тяжелых нерелятивистских частиц максимально возможная энергия модуляции (как видно из (6)) ограничена оптическим диапазоном с $\hbar\Omega_{nm} \leqslant 1$ эВ ($\lambda_{nm} \geqslant 1$ мкм). При таком λ_{nm} $r_{nm\parallel} \approx 0.1 \div 1$ мм позволяет сделать эффект самомодуляции наблюдаемым. В частности, для протонов с $E \approx 10$ МэВ необходимы сверхтонкие кристаллы с $L \approx 30 \div 50$ Å.

В работе не затронуты хорошо разработанные вопросы использования модулированных пучков (например, для возбуждения инверсии в гразере [15]).

Литература

[1] Генераторы когерентного излучения на свободных электронах / Под ред. Рухадзе А. А. М.: Мир, 1983. 259 с.

[2] *Барышевский В. Г., Феранчук И. Д.* Письма ЖТФ, 1984, т. 10, № 19, с. 1157—1159.

[3] *Варшалович Д. А., Дьяконов М. И.* ЖЭТФ, 1971, т. 60, № 1, с. 90—101.

[4] *Schwarz W.* Phys. Rev. Lett., 1979, vol. 42, N 17, p. 1141—1144.

[5] *Зарецкий Д. Ф., Ломоносов В. В.* ЖЭТФ, 1973, т. 65, № 1, с. 283—296.

[6] *Федоров В. В.* ЖЭТФ, 1980, т. 78, № 2, с. 782—792.

[7] *Высоцкий В. И., Кузьмин Р. Н.* ЖЭТФ, 1982, т. 82, № 1, с. 177—181.

[8] *Кумахов М. А., Комаров Ф. Ф.* Излучение заряженных частиц в твердых телах. Минск, 1985. 383 с.

[9] *Барышевский В. Г.* Каналирование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях. Минск, 1982. 255 с.
[10] *Базылев В. В., Жеваго Н. К.* УФН, 1982, т. 137, № 4, с. 605—662.
[11] *Калашников Н. П.* Когерентные взаимодействия заряженных частиц в монокристаллах. М.: Атомиздат, 1981. 223 с.
[12] *Каган Ю. М., Кононец Ю. В.* ЖЭТФ, 1970, т. 58, № 1, с. 226—254.
[13] *Высоцкий В. И., Кузьмин Р. Н.* ЖТФ, 1983, т. 53, № 7, с. 1254—1260.
[14] *Бор Н.* Прохождение атомных частиц через вещество. М.: ИЛ, 1950. 149 с.
[15] *Высоцкий В. И., Воронцов В. И., Кузьмин Р. Н.* ЖЭТФ, 1980, т. 78, № 1, с. 100—103.

Киевский государственный
университет им. Т. Г. Шевченко
Киев

Поступило в Редакцию
9 июля 1987 г.