V. P. Tsvetov, On a superclass of A-grammars,
*Vestnik Samarskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Estestvenno-Nauchnaya Seriya*, 2014, Issue 10, 102–108

https://www.mathnet.ru/eng/vsgu454

УДК 519.713.34:519.171

**В.П. Цветов**[1]

# ОБ ОДНОМ НАДКЛАССЕ А-ГРАММАТИК

В статье рассматривается класс грамматик, допускающих представление правил порождения при помощи алгоритмов нахождения маршрутов на графах. Дается определение граф-порожденной грамматики или G-грамматики (над алфавитом $\mathcal{A}$) в терминах семейств маршрутов на вершинно размеченных графах. В отличие от графовых грамматик, которые применяются для описания динамики графовых структур, G-грамматики, напротив, используют граф-отношения в качестве средства представления формальных языков. Приводится алгоритм построения G-грамматики, порождающей язык, распознаваемый детерминированным конечным автоматом. Показывается, что класс языков, порождаемых G-грамматиками, является строгим надмножеством регулярных языков.

**Ключевые слова:** формальные языки, формальные грамматики, порождающие грамматики, теория автоматов, теория графов, маршруты на графах, размеченные графы, граф-порожденные грамматики.

## 1. Предварительные сведения

Графовые модели получили широкое распространение при исследовании формальных грамматик [1–3] и в теории автоматов [4–6], например, в части их применения к обработке изображений и распознаванию образов [7]. Это объясняется не только наглядностью представлений, но и богатой алгоритмической базой, разработанной для решения теоретико-графовых задач.

В последующих разделах определяется класс порождающих грамматик, опирающихся на синтаксические представления маршрутов на размеченных графах. В отличие от графовых грамматик [8–10], которые применяются для описания динамики графовых структур, рассматриваемые грамматики используют граф-отношения в качестве средства представления формальных языков.

Далее в статье используются следующие обозначения и определения.

$\mathbb{N}$— множество натуральных чисел;

$\mathbb{N}_0 := \{0\} \cup \mathbb{N}$— множество натуральных чисел с нулем;

$\mathbb{P}$— множество простых чисел;

$\mathcal{A} := \{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$— конечный алфавит, при этом $|\mathcal{A}| := n$– мощность $\mathcal{A}$;

$m..n := \{m, m+1, \ldots, n \mid m, n \in \mathbb{N}_0 \wedge m \leqslant n\}$— диапазон натуральных чисел от $m$ до $n$;



*Цветов Виктор Петрович* (tsf@ssu.samara.ru), кафедра безопасности информационных систем, Самарский государственный университет, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

$\mathbb{D} := 0..1 = \{0,\ 1\}$— множество двоичных значений;

$V \times U$— декартово произведение множеств $V$ и $U$;

$2^V$— булеан над $V$;

$R \subseteq V \times U$— бинарное отношение из $V$ в $U$;

$vRu$— альтернативное обозначение $(v, u) \in R$;

$R^{-1}$— бинарное отношение, обратное к бинарному отношению $R \subseteq V \times U$, где $R^{-1} := \{(u, v) \mid vRu\} \subseteq U \times V$;

$R \subseteq V^2$— бинарное отношение на $V$. В частности, $I_V$– тождественное бинарное отношение (отношение равенства) на $V$;

$R_1 \bullet R_2$— произведение бинарных отношений $R_1$ и $R_2$, где $R_1 \subseteq V \times U$, $R_2 \subseteq U \times W$, $R_1 \bullet R_2 := \{(v, w) \mid \exists u \in U\, vR_1u \wedge uR_2w\} \subseteq V \times W$. В частности, для функций $f_1 \bullet f_2(u) := f_2(f_1(u)) \in W$;

$R \subseteq V^2$— отношение эквивалентности на $V$, если $I_V \subseteq R$, $R = R^{-1}$, $R \bullet R \subseteq R$. В этом случае $V/R$– фактор-множество по отношению эквивалентности, и $[v_0] := \{v \mid (v, v_0) \in R\} \subseteq V$– класс эквиваленьности элемента $v_0$;

$R(V_1)$— образ множества $V_1 \subseteq V$ при действии бинарным отношением $R$, где $R \subseteq V \times U$, $R(V_1) := \{u \mid \exists v \in V_1\, vR_1u\} \subseteq U$. В частности, для функций $f(V_1) \subseteq U$;

$R^{-1}(U_1)$— прообраз множества $U_1 \subseteq U$ при действии бинарным отношением $R$. В частности, для функций $f^{-1}(U_1) \subseteq V$;

$F_R : 2^V \to 2^U$— индуцированная функция для $R \subseteq V \times U$, где $V_1 \subseteq V$, $F_R(V_1) := R(V_1)$. В частности, для функций нижний индекс может исключаться $F(V_1) := F_f(V_1) = f(V_1)$;

$\chi_R : V^2 \to \mathbb{D}$— характеристическая функция бинарного отношения на $R$;

$\mathrm{w} := \alpha_{i_1} \ldots \alpha_{i_m}$— слово длины $m$ над алфавитом $\mathcal{A}$;

$|\mathrm{w}| \in \mathbb{N}_0$— длина слова $\mathrm{w}$;

$\varepsilon$— пустое слово, $|\varepsilon| = 0$;

$\mathcal{A}^m$— множество слов длины $m$ над алфавитом $\mathcal{A}$, $\mathcal{A}^0 = \{\varepsilon\}$, $\mathcal{A}^1 = \mathcal{A}$;

$L^+_{\mathcal{A}} := \bigcup_{i=1}^{\infty} \mathcal{A}^m$— множество непустых слов над алфавитом $\mathcal{A}$;

$L^+_n := L^+_{1..n}$— множество непустых слов над алфавитом $1..n$;

$L^*_{\mathcal{A}} := \mathcal{A}^0 \cup L^+_{\mathcal{A}} = \bigcup_{i=0}^{\infty} \mathcal{A}^m$— множество слов над алфавитом $\mathcal{A}$;

$L^*_n := L^*_{1..n}$— множество слов над алфавитом $1..n$;

$\langle L^*_{\mathcal{A}}, (\circ)\rangle$— моноид слов над алфавитом $\mathcal{A}$ с операцией сцепления (конкатенации) слов, при этом полагаем $w^0 := \varepsilon$, $w^{m+1} := w^m \circ w$, $m \in \mathbb{N}_0$;

$\Gamma := \langle \mathcal{T}, \mathcal{N}, n_0, P\rangle$— порождающая грамматика, где $\mathcal{T}$– конечный непустой алфавит терминальных символов, $\mathcal{N}$– конечный непустой алфавит нетерминальных символов, $n_0 \in \mathcal{N}$– начальный нетерминальный символ, $P \subseteq (L^+_{\mathcal{T}\cup\mathcal{N}} \setminus L^+_{\mathcal{T}}) \times L^*_{\mathcal{T}\cup\mathcal{N}}$– конечное множество правил вывода, при этом литерал $\mapsto \notin \mathcal{T} \cup \mathcal{N}$ и вместо $(W_1, W_2) \in P$ записывают $W_1 \mapsto W_2$;

$L_\Gamma$— язык, порожденный грамматикой $\Gamma$;

$A := \langle S, X, s_0, \delta, F\rangle$— детерминированный конечный автомат, где $S$– конечное непустое множество состояний, $X$– конечный непустой алфавит входных сигналов, $s_0 \in S$– начальное состояние, $\delta : S \times X \to S$– тотально определенная функция переходов, $F \subseteq S$– множество допустимых финальных состояний.

$L_A$— язык, допускаемый автоматом $A$;

$G^V_E := \langle V, E\rangle$— (смешанный) граф, $V$– конечное множество вершин, $E \subseteq V^2$– множество ребер или (бинарное) граф-отношение на множестве $V$;

$G^n_E := \langle 1..n, E\rangle$— частный случай графа $G^V_E$;

$(g^\eta_{ij})$— матрица смежности вершин графа $G^V_E$, $g^\eta_{ij} := \chi_E(\eta(i), \eta(j)) \in \mathbb{D}$, $\eta : 1..|V| \to V$– тотальная биекция;

$(g_{ij}^n)$— матрица смежности вершин графа $G_E^n$, $g_{ij}^n := \chi_E(\epsilon(i), \epsilon(j)) = \chi_E(i,j) \in \mathbb{D}$, $\epsilon : 1..n \to 1..n$– тождественная подстановка;

$\langle v_{i_0}, v_{i_m}\rangle^\eta := v_{i_0} v_{i_1} \ldots v_{i_m} \in L_V^*$— маршрут в вершинной форме на графе $G_E^V$ из вершины $v_{i_0}$ в вершину $v_{i_m}$, $(v_{i_{k-1}}, v_{i_k}) \in E$, $v_{i_k} := \eta(i_k)$, $k \in 1..m$. Если вершин с указанными свойствами не существует, то маршрут из вершины $v_{i_0}$ в вершину $v_{i_m}$ считается пустым, т. е. $\langle v_{i_0}, v_{i_m}\rangle^\eta := \varepsilon$. В случае, если $v_{i_0} \neq v_{i_m}$, маршрут $\langle v_{i_0}, v_{i_m}\rangle^\eta$ называется открытым, в противном случае – замкнутым;

$\langle i_0..i_m\rangle := i_0 i_1 \ldots i_m \in L_n^*$— маршрут в вершинной форме на графе $G_E^n$ из вершины $i_0$ в вершину $i_m$;

$\|\langle v_{i_0}, v_{i_m}\rangle^\eta\| = \|v_{i_0} v_{i_1} \ldots v_{i_m}\| := m \in \mathbb{N}$— длина маршрута $\langle v_{i_0}, v_{i_m}\rangle^\eta$. Очевидно, $\|\langle v_{i_0}, v_{i_m}\rangle^\eta\| = \|v_{i_0} v_{i_1} \ldots v_{i_m}\| := m = |v_{i_0} v_{i_1} \ldots v_{i_m}| - 1$ Определим маршрут нулевой длины $\langle v_{i_0}\rangle^\eta := v_{i_0} \in L_V^+$, т. е. положим $\|\langle v_{i_0}\rangle^\eta\| = \|v_{i_0}\| := |v_{i_0}| - 1 = 1 - 1 = 0$. Аналогично положим $\|\varepsilon\| := |\varepsilon| - 1 = 0 - 1 = -1$.

## 2. Основные результаты

Любой маршрут в вершинной форме на графе $G_E^V$ можно трактовать как слово языка $L_V^*$. В связи с этим имеет смысл рассматривать различные языки, порожденные маршрутами на графе и соответствующие им грамматики.

### 2.1. GP-грамматики

Рассмотрим конечный алфавит $\mathcal{A}$ мощности $n$ и граф $G_E^{\mathcal{A}}$.

Обозначим $L_{i,j,m}^\eta(G_E^{\mathcal{A}}) \subset L_{\mathcal{A}}^*$– множество маршрутов в вершинной форме длины $m \in \mathbb{N}$ на графе $G_E^{\mathcal{A}}$ из вершины $\alpha_i$ в вершину $\alpha_j$. Положим $L_{i,j,0}^\eta(G_E^{\mathcal{A}}) := \{\alpha_i\}$.

**Определение 2.1.** В предыдущих обозначениях будем называть *примитивными граф-порожденными языками* или *GP-языками* (*над алфавитом* $\mathcal{A}$) языки

$$L_M^\eta(G_E^{\mathcal{A}}) := \bigcup_{(i,j,m)\in M} L_{i,j,m}^\eta(G_E^{\mathcal{A}}),$$

где $\eta : 1..n \to \mathcal{A}$, $\emptyset \neq M \subseteq 1..n \times 1..n \times \mathbb{N}_0$. В случае одноэлементного множества $M = \{(i_0, j_0, m_0)\}$ соответствующие GP-языки будем обозначать $L_{i_0,j_0,m_0}^\eta(G_E^{\mathcal{A}})$.

*Примитивными граф-порожденными грамматиками* или *GP-грамматиками* (*над алфавитом* $\mathcal{A}$) будем называть тройки $\left\langle G_E^{\mathcal{A}}, \eta, M\right\rangle$.

Нетрудно понять, что при произвольных $\eta : 1..n \to \mathcal{A}$ и конечных множествах $M$ GP-языки конечны.

Для графов $G_E^{\mathcal{A}}$, на которых отсутствуют замкнутые маршруты, GP-языки будут конечными и в случае бесконечных множеств $M$.

При наличии замкнутых машрутов на графе для бесконечных множеств $M$ GP-языки $L_M^\eta(G_E^{\mathcal{A}})$ могут быть как конечными, так и бесконечными. Например, для графа $G_E^{\mathcal{A}}$ с матрицей смежности вершин

$$(g_{ij}^\eta) := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

язык $\bigcup_{k=1}^\infty L_{1,2,2k}^\eta(G_E^{\mathcal{A}}) = \emptyset$, а язык $\bigcup_{k=1}^\infty L_{1,2,2k-1}^\eta(G_E^{\mathcal{A}})$ бесконечен.

Нетрудно построить конечные автоматы $A := \langle S, X, s_0, \delta, F\rangle$, распознающие языки $L^{\eta}_{I\times J\times\mathbb{N}_0}(G^{\mathcal{A}}_{E})$ над алфавитом $\mathcal{A} = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$, где $\emptyset \neq I, J \subseteq 1..n$. Для этого достаточно положить

$$\begin{array}{l}
S := \{S_0, S_1, \ldots, S_n, S_{n+1}\};\\
X := \mathcal{A};\\
s_0 := S_0;\\
\delta(s_0, \alpha_i) := \left\{\begin{array}{ll} S_i, & i \in I\\ S_{n+1}, & i \notin I\end{array}\right.;\\
\delta(S_i, \alpha_j) := \left\{\begin{array}{ll} S_j, & (\alpha_i, \alpha_j) \in E\\ S_{n+1}, & (\alpha_i, \alpha_j) \notin E\end{array}\right.;\\
\delta(S_{n+1}, \alpha_i) := S_{n+1};\\
F := \{S_j \mid j \in J\}.
\end{array}$$

Нетрудно показать, что порождающие грамматики $\Gamma := \langle \mathcal{T}, \mathcal{N}, n_0, P\rangle$, задающие языки $L^{\eta}_{I\times J\times\mathbb{N}_0}(G^{\mathcal{A}}_{E})$, имеют вид

$$\begin{array}{l}
\mathcal{T} := \mathcal{A};\\
\mathcal{N} := \{S_0, S_1, \ldots, S_n, S_{n+1}\};\\
n_0 := S_0;\\
S_0 \mapsto \alpha_i S_j,\ i \in I \subseteq 1..n,\ j \in F_E(\{\alpha_i\}) := \{j \mid (\alpha_i, \alpha_j) \in E\} \subseteq 1..n;\\
S_i \mapsto \alpha_i S_j,\ i \in 1..n,\ j \in F_E(\{\alpha_i\}) \subseteq 1..n;\\
S_j \mapsto \alpha_j S_{n+1},\ j \in J \subseteq 1..n;\\
S_{n+1} \mapsto \varepsilon.
\end{array}$$

Конечные автоматы, распознающие языки $L^{\eta}_{I\times J\times\mathbb{N}}(G^{\mathcal{A}}_{E})$, можно определить следующим образом

$$\begin{array}{l}
S := \{S_{-i}\}_{i\in I} \cup \{S_0, S_1, \ldots, S_n, S_{n+1}\};\\
X := \mathcal{A};\\
s_0 := S_0;\\
\delta(s_0, \alpha_i) := \left\{\begin{array}{ll} S_{-i}, & i \in I\\ S_{n+1}, & i \notin I\end{array}\right.;\\
\delta(S_i, \alpha_j) := \left\{\begin{array}{ll} S_j, & (\alpha_i, \alpha_j) \in E\\ S_{n+1}, & (\alpha_i, \alpha_j) \notin E\end{array}\right.;\\
\delta(S_{-i}, \alpha_j) := \delta(S_i, \alpha_j);\\
\delta(S_{n+1}, \alpha_i) := S_{n+1};\\
F := \{S_j \mid j \in J\}.
\end{array}$$

Итак, GP-языки $L^{\eta}_{I\times J\times\mathbb{N}_0}(G^{\mathcal{A}}_{E})$, $L^{\eta}_{I\times J\times\mathbb{N}}(G^{\mathcal{A}}_{E})$ являются регулярными.

Рассмотрим алфавит $\mathcal{A} = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$ и нерегулярный язык $\{\alpha_1^p \mid p \in \mathbb{P}\} \subset L^{+}_{\mathcal{A}}$. Рассмотрим граф $G^{\mathcal{A}}_{I_{\mathcal{A}}}$. Легко понять, что при любых $\eta : 1..n \to \mathcal{A}$ имеет место равенство $L^{\eta}_{1,1,\mathbb{P}}(G^{\mathcal{A}}_{I_{\mathcal{A}}}) = \{\alpha_1^p \mid p \in \mathbb{P}\}$. Таким образом, существуют нерегулярные GP-языки.

## 2.2. G-грамматики

Рассмотрим граф $G^{n}_{E}$, конечный алфавит $\mathcal{A}$ мощности $m \leqslant n$ и тотальную сюръекцию $\omega_n : 1..n \to \mathcal{A}$.

Аналогично рассмотрим граф $G^{n}_{E}$, конечный алфавит $\mathcal{A}$ мощности $m < n$. Зададим расширенный алфавит $\mathcal{A}^* := \mathcal{A} \cup \{\varepsilon\}$ и тотальную сюръекцию $\omega^*_n : 1..n \to \mathcal{A}^*$.

Рассмотрим полугруппы $\langle L_{\mathcal{A}}, (\circ)\rangle$, $\langle L^*_{\mathcal{A}}, (\circ)\rangle$ и определим тотальные сюръекции $\omega : L^+_n \to L^+_{\mathcal{A}}$, $\omega^* : L^+_n \to L^*_{\mathcal{A}}$ правилами

$$\begin{aligned}\omega(\langle i_0..i_m\rangle) = \omega(i_0 i_1 \dots i_m) := \omega_n(i_0) \circ \omega_n(i_1) \circ \dots \circ \omega_n(i_m) = \mathrm{w} \in L^+_{\mathcal{A}},\\ \omega^*(\langle i_0..i_m\rangle) = \omega(i_0 i_1 \dots i_m) := \omega^*_n(i_0) \circ \omega^*_n(i_1) \circ \dots \circ \omega^*_n(i_m) = \mathrm{w}^* \in L^*_{\mathcal{A}}.\end{aligned}$$

Заметим, что если для всех $k \in 1..m$ $\omega^*_n(i_k) \neq \varepsilon$, то $|\mathrm{w}^*| = |\omega^*(\langle i_0..i_m\rangle)| = m + +1 = |\langle i_0..i_m\rangle| + 1$, в остальных случаях $|\mathrm{w}^*| = |\omega^*(\langle i_0..i_m\rangle)| \leqslant |\langle i_0..i_m\rangle|$, в частности, если для всех $k \in 1..m$ $\omega^*_n(i_k) = \varepsilon$, то $|\mathrm{w}^*| = |\omega^*(\langle i_0..i_m\rangle)| = |\varepsilon| = 0$.

Обозначим $L_{i,j,m}(G^n_E) \subset L^+_n$– множество маршрутов в вершинной форме длины $m$ на графе $G^n_E$ из вершины $i$ в вершину $j$.

Рассмотрим функции $\Omega : 2^{L^+_n} \to 2^{L^+_{\mathcal{A}}}$ и $\Omega^* : 2^{L^+_n} \to 2^{L^*_{\mathcal{A}}}$, индуцированные функциями $\omega$ и $\omega^*$.

**Определение 3.1.** В предыдущих обозначениях будем называть *граф-порожденными языками* или *G-языками* (*над алфавитом* $\mathcal{A}$) языки

$$\begin{aligned}L_M(G^n_E, \mathcal{A}, \omega_n) := \bigcup_{(i,j,m)\in M} \Omega(L_{i,j,m}(G^n_E)),\\ L_M(G^n_E, \mathcal{A}, \omega^*_n) := \bigcup_{(i,j,m)\in M} \Omega^*(L_{i,j,m}(G^n_E)),\end{aligned}$$

где $\emptyset \neq M \subseteq 1..n \times 1..n \times \mathbb{N}_0$. Как и ранее, в случае одноэлементных множеств $M = \{(i_0, j_0, m_0\}$ соответствующие G-языки будем обозначать $L_{i_0,j_0,m_0}(G^n_E, \mathcal{A}, \omega_n)$ и $L_{i_0,j_0,m_0}(G^n_E, \mathcal{A}, \omega^*_n)$.

*Граф-порожденными грамматиками* или *G-грамматиками* (*над алфавитом* $\mathcal{A}$) будем называть четверки $\langle G^n_E, \mathcal{A}, \omega_n, M\rangle$ и $\langle G^n_E, \mathcal{A}, \omega^*_n, M\rangle$.

Нетрудно понять, что GP-языки являются частным случаем G-языков.

Расссмотрим алфавит $\mathcal{A} = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\}$ и конечный автомат $A := \langle S, \mathcal{A}, s_0, \delta, F\rangle$ с $N$ состояниями. Для определенности положим

$$\begin{aligned}&S := \{S_1, \dots, S_N\},\\ &s_0 := S_1,\\ &F := \{S_j \mid j \in J \subseteq 1..N\}.\end{aligned}$$

Рассмотрим декартово произведение $S \times \mathcal{A} = \{\nu_{i,j} := (S_i, \alpha_j) \mid S_i \in S, \alpha_j \in \mathcal{A}\}$ и заданное на нем отношение эквивалентности

$$R_\alpha := \{(\nu_{i_1,j}, \nu_{i_2,j}) \mid i_1, i_2 \in 1..N, j \in 1..m\}.$$

Рассмотрим отношение эквивалентности по ядру функции $\delta$ на $S \times \mathcal{A}$

$$\ker(\delta) := \delta \bullet \delta^{-1} = \{(\nu_{i_1,j_1}, \nu_{i_2,j_2}) \mid \delta(\nu_{i_1,j_1}) = \delta(\nu_{i_2,j_2})\}.$$

Определим отношение эквивалентности $R := R_\alpha \cap \ker(\delta)$ и фактор-множество $V := S \times \mathcal{A}/R$.

Положим $n := |V|$ и зададим тотальную биекцию $\eta : 1..n \to V$. Обозначим соответствующие классы эквивалентности $v_k := \eta(k)$.

В силу построения для любых $\nu_{i_1,j_1}, \nu_{i_2,j_2} \in v_k$ выполняются следующие условия:

$$\begin{aligned}&j_1 = j_2 = j(k),\\ &\delta(\nu_{i_1,j(k)}) = \delta(\nu_{i_1,j(k)}) = \delta(\nu_{i_2,j(k)}) = \delta(\nu_{i_2,j(k)}) \in S.\end{aligned}$$

В предыдущих обозначениях определим функцию $\omega_n : 1..n \to \mathcal{A}$, полагая

$$\omega_n(k) := \alpha_{j(k)}.$$

Зададим множество $E := \{(k_1, k_2) | \exists i_1, i_2 \in 1..M \, \delta(S_{i_1}, \alpha_{j(k_1)}) = S_{i_2} \wedge (S_{i_1}, \alpha_{j(k_1)}) \in \in \eta(k_1) \wedge (S_{i_2}, \alpha_{j(k_2)}) \in \eta(k_2)\}$.

Зададим множества

$$I := \{k \mid \exists \, \alpha_j \in \mathcal{A} \, \delta(s_0, \alpha_j) \in \eta(k)\},$$
$$J := \{k \mid \exists \, S_i \in F \, \alpha_j \in \mathcal{A} \, (S_i, \alpha_j) \in \eta(k)\}.$$

В силу построения конечный автомат $A := \langle S, \mathcal{A}, s_0, \delta, F \rangle$ распознает язык $L_{(I \cap J) \times J \times \mathbb{N}_0}(G_E^n, \mathcal{A}, \omega_n) \cup L_{(I \setminus J) \times J \times \mathbb{N}}(G_E^n, \mathcal{A}, \omega_n)$.

Таким образом, справедлива

**Лемма 3.1.** Множество G-языков является строгим надмножеством регулярных языков.

# Литература


[1] Хомский Н. О некоторых формальных свойствах грамматик // Кибернетический сборник. 1962. № 5. С. 279–311.

[2] Хомский Н. Заметка о грамматиках непосредственных составляющих // Кибернетический сборник. 1962. № 5. С. 312–316.

[3] Хомский Н. Формальные свойства грамматик // Кибернетический сборник, новая серия. 1966. № 2. С. 121–230.

[4] Глушков В.М. Абстрактная теория автоматов // Успехи математических наук. 1961. Т. 16. № 5. С. 3–62.

[5] Глушков В.М. Теория автоматов и вопросы проектирования структур цифровых машин // Кибернетика. 1965. № 1. С. 3–11.

[6] Глушков В.М. Теория автоматов и формальные преобразования микропрограмм // Кибернетика. Т. 1. № 5. 1965. С. 1–9.

[7] Петров С.В. Графовые грамматики и автоматы (обзор) // Автоматика и телемеханика. 1978. № 7. С. 116–136.

[8] Balasubramanian D., Narayanan A., Buskirk C.P. et al. The Graph Rewriting and Transformation Language: GReAT // Electronic Communications of the EASST. 2006. Vol. 1. P. 1–8.

[9] Pfaltz J., Rosenfeld A. Web Grammars // Proceedings of the 1st International Joint Conference on Artificial Intelligence. 1969. P. 609–620.

[10] Rekers J., Schuerr A. A Graph Grammar approach to Graphical Parsing // Proceedings of the 11th IEEE International Symposium, 1995. P. 195–202.


# References


[1] Chomsky N. On certain formal properties of grammars. *Kiberneticheskii sbornik* [*Cybernetic collected book*, 1962, no. 5, pp. 279–311 [in Russian].

[2] Chomsky N.A. Note on phrase-structure grammar. *Kiberneticheskii sbornik* [*Cybernetic collected book*, 1962, no. 5, pp. 312–316 [in Russian].

[3] Chomsky N. Formal properties of grammars. *Kiberneticheskii sbornik, novaia seriia* [*Cybernetic collected book, new series*], 1966, no. 2, pp. 120–230.

[4] Glushkov V.M. Abstract theory of automata. *Uspekhi matematicheskikh nauk* [*Achievements of mathematical sciences*], 1961, Vol. 16, no. 5, pp. 3–62 [in Russian].

[5] Glushkov V.M. Automata theory and design issues of structures of digital machines. *Kibernetika*[*Cybernetics*], 1965, Vol. 1, no. 1, pp. 3–11 [in Russian].

[6] Glushkov V.M. Automata theory and formal microprogram transformations. *Kibernetika*[*Cybernetics*], 1965, Vol. 1, no. 5, pp. 1–9. [in Russian].

[7] Petrov S.V. Graph grammars and automata (survey). *Avtomatika i telemekhanika* [*Automatics and Teleautomatics*], 1978, no. 7, pp. 116–136 [in Russian].

[8] Balasubramanian D., Narayanan A., Buskirk C.P. et al. The Graph Rewriting and Transformation Language: GReAT. *Electronic Communications of the EASST*, 2006, Vol. 1, pp. 1–8.

[9] Pfaltz J., Rosenfeld A. Web Grammars. *Proceedings of the 1st International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 1969, pp. 609–620.

[10] Rekers J., Schuerr A. A Graph Grammar approach to Graphical Parsing. *Proceedings of the 11th IEEE International Symposium*, 1995, pp. 195–202.

***V.P. Tsvetov***[2]

## ON A SUPERCLASS OF A-GRAMMARS

In this paper we consider a superclass of automaton grammars that can be represented in terms of paths on graphs. With this approach, we assume that vertices of graph are labeled by symbols of finite alphabet $\mathcal{A}$. We will call such grammars graph-generated grammars or G-grammars. In contrast to the graph grammars that are used to describe graph structure transformations, G-grammars using a graphs as a means of representing formal languages. We will give an algorithm for constructing G-grammar which generate the language recognized by deterministic finite automaton. Moreover, we will show that the class of languages generated by G-grammars is a proper superset of regular languages.

**Key words:** formal languages, formal grammars, generative grammars, automata theory, graph theory, paths in graphs, labeled graphs, graph-generated grammars.

Статья поступила в редакцию $10/IX/2014$.

The article received $10/IX/2014$.

[2] *Tsvetov Viktor Petrovich* (tsf@ssu.samara.ru), Department of Information Systems Security, Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation.