

© 2024 г. П.С. ЩЕРБАКОВ, д-р физ.-мат. наук (cavour118@mail.ru),  
(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва;  
Московский физико-технический институт, Долгопрудный)

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА ВСПЛЕСКА РЕШЕНИЙ ОДНОГО КЛАССА РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ<sup>1</sup>

Рассматривается класс хорошо известных из литературы трехчленных линейных разностных уравнений высокого порядка и исследуется неасимптотическое поведение их решений при ненулевых начальных условиях из единичного куба. Показано, что для некоторых подмножеств коэффициентов из области устойчивости всегда найдутся начальные условия, приводящие к *всплеску* – большому отклонению решений от положения равновесия, и что эти отклонения могут быть сколь угодно велики. Исследованы разнообразные частные случаи, приводятся примеры.

*Ключевые слова:* трехчленное разностное уравнение, устойчивость, ненулевые начальные условия, всплеск решений.

DOI: 10.31857/S0005231024060047, EDN: XXDFHU

### 1. Введение

Сравнительно недавно в литературе наблюдается интерес к изучению и пониманию явления *всплеска решений* устойчивых дифференциальных или разностных уравнений, вызванного наличием ненулевых начальных условий при отсутствии внешних возмущений. Под всплеском понимается большие отклонения решений от положения равновесия на конечных интервалах времени. Важность таких исследований объясняется многими причинами. Очевидно, что такое поведение крайне нежелательно в инженерной практике [1, 2] и может привести к нештатной работе или поломке цифровых систем управления. Далее, если при исследовании нелинейной системы в окрестности точки равновесия используется ее линеаризованная модель, то вследствие больших отклонений траектория может выйти из области притяжения нелинейной системы, и модель потеряет адекватность. Наконец, некоторые современные мощные методы оптимизации могут выказывать немонотонную сходимостью, затрудняющую их анализ, и это явление требует объяснения; из самых свежих публикаций на эту тему отметим [3].

Около десяти лет назад этим направлением исследований живо заинтересовался Борис Теодорович Поляк, и с тех пор им было написано много

---

<sup>1</sup> Результаты исследований, представленные в разделах 3.2.2–3.2.6, получены за счет средств Российского научного фонда (проект № 21-71-30005, <https://rscf.ru/project/21-71-30005/>).

Автор признателен В.Н. Честнову и Д.В. Шатову за ценные указания по улучшению качества представления материала.