

УДК 532.516
DOI: 10.15372/PMTF202415495

СВОЙСТВА РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ СОПРЯЖЕННОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ О ТЕПЛОВОЙ КОНВЕКЦИИ В ТРУБЕ

В. К. Андреев, И. В. Вахрамеев*

Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск, Россия

* Институт математики и фундаментальной информатики
Сибирского федерального университета, Красноярск, Россия
E-mails: andr@icm.krasn.ru, vahrameevi@mail.ru

Поставлена задача о совместном нестационарном однонаправленном движении двух несмешивающихся жидкостей в цилиндрической трубе, на твердой поверхности которой задан постоянный перепад температуры. С математической точки зрения задача является сопряженной и обратной относительно градиента давления одной из жидкостей вдоль трубы. Условием переопределения задачи является заданный нестационарный общий расход указанных жидкостей. Найдено стационарное решение. Получены априорные оценки решения нестационарной задачи в равномерной метрике. На основе этих оценок сформулированы достаточные условия для входных данных, при которых стационарное решение является экспоненциально устойчивым.

Ключевые слова: термокапиллярность, поверхность раздела, обратная задача, априорные оценки

1. Основные уравнения и граничные условия. Рассматривается следующая начально-краевая задача:

$$w_{1t} = w_{1rr} + \frac{1}{r} w_{1r} + f_1(t), \quad T_{1t} = \frac{1}{Pr_1} \left(T_{1rr} + \frac{1}{r} T_{1r} \right) + w_1(r, t),$$

$$0 < r < 1, \quad 0 \leq t \leq t_0; \tag{1.1}$$

$$|w_1(0, t)| < \infty, \quad |T_1(0, t)| < \infty, \quad 0 \leq t \leq t_0; \tag{1.2}$$

$$w_1(r, 0) = w_{10}(r), \quad T_1(r, 0) = T_{10}(r), \quad 0 \leq r \leq 1; \tag{1.3}$$

$$w_{2t} = \frac{1}{\nu} \left(w_{2rr} + \frac{1}{r} w_{2r} \right) + \frac{1}{\nu} f_2(t), \quad T_{2t} = \frac{1}{Pr_2 \nu} \left(T_{2rr} + \frac{1}{r} T_{2r} \right) + \frac{1}{\nu} w_2(r, t),$$

$$1 < r < \lambda, \quad 0 \leq t \leq t_0; \tag{1.4}$$

$$w_2(r, 0) = w_{20}(r), \quad T_2(r, 0) = T_{20}(r), \quad 1 \leq r \leq \lambda. \tag{1.5}$$

Кроме того,

$$w_2(1, t) = \nu w_1(1, t), \quad w_{2r}(1, t) = \mu \nu w_{1r}(1, t) - \nu Ma; \tag{1.6}$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Красноярского математического центра, финансируемого Министерством науки и высшего образования РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных научно-образовательных математических центров (соглашение № 075-02-2024-1378).