СИБИРСКИЙ ЖУРНАЛ ИНДУСТРИАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ. 2024. Т. 27, № 3. С. 5–11

УДК 517.44

ФОРМУЛА ОБРАЩЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РАДОНА В КЛАССЕ РАЗРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ

© 2024 **Д. С. Аниконов**[a], **Д. С. Коновалова**[b]

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, просп. Акад. Коптюга, 4, г. Новосибирск 630090, Россия

E-mails: [a]anik@math.nsc.ru, [b]dsk@math.nsc.ru

Поступила в редакцию 04.07.2023 г.; после доработки 18.04.2024 г.;
принята к публикации 22.05.2024 г.

В нечётномерном евклидовом пространстве вводится понятие псевдовыпуклого множества, состоящего из конечного числа ограниченных областей. Получена формула обращения преобразования Радона для подынтегральной кусочно-непрерывной функции, заданной на псевдовыпуклом множестве. Достигнутый результат является обобщением ранее известного свойства, доказанного для гладких функций.

Ключевые слова: преобразование Радона, разрывные функции, псевдовыпуклое множество, зондирование, томография, формула обращения.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2024.27.301

1. ОБОЗНАЧЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Рассматривается нечётномерное евклидово пространство E_n, $n = 2m+1$, $m = 1, \dots$ с заданной в нём декартовой системой координат. Будем использовать следующие обозначения: $B(x,\delta) = \{y : y \in E_n, |y-x| < \delta\}$, $x \in E_n$; Δ_x — оператор Лапласа по переменной x; $x = (x_1, \dots, x_n)$; $const$ — положительное число; Ω — единичная сфера в E_n; s — элемент сферы Ω; ∂T — граница множества T; $\mu_k(T)$ — мера Лебега множества T в пространстве E_k; $\mu_\Omega(Q)$ — мера Лебега множества Q, $Q \subset \Omega$, по мере, определённой на Ω; $Y(s,p) = \{y : y \in E_n, y \cdot s = p\}$ — гиперплоскость в E_n, $p \in R^1$.

Пусть в E_n задана ограниченная область G, содержащая непересекающиеся подобласти G_i, $i = 1, \dots, N$, причём для их объединения G_0 верно равенство $\overline{G_0} = \overline{G}$. Предполагается, что каждая граница ∂G_i является $(n-1)$-мерной непрерывной поверхностью. Ясно, что $\partial G_0 = \partial G_1 \bigcup \dots \bigcup \partial G_N$.

Назовём G_0 псевдовыпуклым множеством, если существует множество Ω', $\Omega' \subset \Omega$ и числа $p^+(s)$, $p^-(s)$, $s \in \Omega'$ со следующими свойствами.

1. Мера множества $\Omega \setminus \Omega'$ равна нулю, т. е. $\mu_\Omega(\Omega \setminus \Omega') = 0$.

2. Для любого вектора $s \in \Omega'$ и для $p \geqslant p^+(s)$, $p \leqslant p^-(s)$ справедливо равенство $Y(s,p) \bigcap G = \emptyset$.

3. Для всех $s \in \Omega'$ и для $p^-(s) < p < p^+(s)$ пересечение $Y(s,p) \bigcap G_0$ является непустым множеством, граница которого имеет нулевую меру по мере пространства E_{n-1} и $\mu_{n-1}(Y(s,p) \bigcap \partial G_0) = 0$.

4. Для всех $s \in \Omega'$, если $p \to p^+(s)$ или $p \to p^-(s)$, то $\mu_{n-1}(Y(s,p) \bigcap G) \to 0$.