

О кинематическом доказательстве каноничности переменных Андуайе

А. И. Нейштадт^{а,б}

Поступило 03.04.2024; после доработки 29.05.2024; принято к публикации 03.06.2024

С.В. Болотину и Д.В. Трещеву в связи с их юбилеями

Дается кинематическое доказательство каноничности переменных Андуайе в динамике твердого тела. Доказательство основано на подходе “возможных вращений”, предложенном А. Андуайе. Отличие от исходного доказательства Андуайе состоит в том, что связанная с твердым телом система координат не предполагается системой главных осей инерции и не используются явные формулы для кинетической энергии тела, включающие моменты инерции. Предлагаемое простое доказательство представляется полезным при изложении динамики твердого тела в курсах теоретической механики.

Ключевые слова: динамика твердого тела, переменные Андуайе.

MSC: 70E15, 70E17

DOI: <https://doi.org/10.4213/tm4421>

1. ВВЕДЕНИЕ

Канонические переменные Андуайе в динамике твердого тела были введены А. Андуайе в [1, 2]. Их широкое использование началось после работ В.В. Белецкого [4], который предложил сходные переменные, и А. Депри [6], который ввел те же переменные, что и Андуайе, и использовал их для представления на фазовой плоскости динамики в задаче о свободном вращении твердого тела (задаче Эйлера–Пуансо). Андуайе доказал, что его переменные являются каноническими, используя предложенный им подход “возможных вращений”. Депри использовал формулы сферической тригонометрии в своем доказательстве каноничности этих переменных. Доказательство каноничности переменных Андуайе в [7] основано на представлении через углы Андуайе инфинитезимальных поворотов от абсолютной системы осей к системе осей, связанной с твердым телом. В настоящей заметке предлагается доказательство, основанное на исходном подходе Андуайе. В отличие от [1, 2, 6] не предполагается, что связанная с твердым телом система координат является системой главных осей инерции, и не используются явные формулы для кинетической энергии тела, включающие моменты инерции. Не вычисляются и инфинитезимальные повороты из [7]. Предлагаемое доказательство использует только общие определения канонических преобразований, кинетической энергии и кинетического момента, а также свойства смешанного произведения векторов.

Канонические переменные Андуайе очень удобны при построении теории возмущений в динамике твердого тела. Их использование постепенно входит в стандартные курсы теоретической механики (см., например, [11]). Предлагаемое доказательство каноничности переменных

^а Институт космических исследований РАН, Москва, Россия.

^б Loughborough University, Loughborough, Leicestershire, UK.

✉ aneishta1@gmail.com