

# Особые разрывы в решении автомоделной задачи о волнах в стержне

А. Г. Куликовский<sup>a</sup>

Поступило 17.05.2024; после доработки 17.05.2024; принято к публикации 10.12.2024

Рассматривается автомоделная задача о длинных нелинейных продольно-крутильных волнах малой амплитуды, возникающих в полубесконечном упругом стержне при смене напряжений на его конце. Особенностью этой задачи является то, что среди возможных разрывов в ее решении, помимо ударных волн, может присутствовать особый разрыв с дополнительным граничным условием, выражающим условие существования стационарной вязкой структуры этого разрыва.

**Ключевые слова:** упругий стержень, крутильные волны, особый разрыв, структура разрыва.

MSC: 74J30

DOI: <https://doi.org/10.4213/tm4427>

## ВВЕДЕНИЕ

Целью предлагаемой работы, помимо исследования конкретной автомоделной задачи о волнах в полубесконечном упругом стержне, является выяснение того, как в решениях задачи могут участвовать разрывы, называемые в работе особыми.

Поясним, что понимается под этим названием. Если для системы гиперболических уравнений количество соответствующих ей интегральных законов сохранения совпадает с порядком системы, то она называется системой законов сохранения [2, 11, 3]. Уравнения, решения которых рассматриваются в работе, принадлежат этому типу. При этом на разрывах решений таких систем уравнений должны выполняться соотношения (граничные условия), следующие из этих интегральных законов сохранения. Если на разрыве выполняются только эти соотношения, то разрыв обычно называется ударной волной или классическим разрывом. Разрывы, на которых, кроме следствий из законов сохранения, выполняются еще независимые от них дополнительные соотношения, будут называться ниже особыми (в литературе они называются также неклассическими и недосжатыми).

Многие типы особых разрывов, например фронты горения и другие фронты химических и фазовых превращений, давно и широко известны и изучены как теоретически, так и экспериментально (см., например, [12, 4]). Появление дополнительных соотношений в этом типе разрывов связано с особенностями физико-химических процессов внутри структуры. Кроме физико-химических превращений, к появлению особых разрывов приводят также мелкомасштабные дисперсионные эффекты, вызывающие колебательные процессы внутри структуры [5, 6, 9, 10]. Особые разрывы могут появляться и в случаях, когда структура разрывов обусловлена наличием вязких членов в уравнениях движения [7], которые существенны только в структуре разрывов. При этом гиперболическая часть системы уравнений (т.е. система, в которой не учитывается вязкость) может быть достаточно простой [8] (см. систему (1.4) ниже). Представляет

---

<sup>a</sup>Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук, Москва, Россия.