

**Задачи к курсу «λ-исчисление», часть 1**  
осень 2021 г., лектор С. Л. Кузнецов

1. а) Существуют ли такие термы  $M_1$  и  $M_2$ , что  $M_1 =_{\beta} M_2$ , но при этом  $M_1$  сильно нормализуем, а  $M_2$  — нет? б) Тот же вопрос для слабой нормализуемости.
2. Верна ли «теорема Чёрча – Россера наоборот»: если  $M_1 \rightarrow_{\beta}^* N$  и  $M_2 \rightarrow_{\beta}^* N$ , то существует такой  $M$ , что  $M \rightarrow_{\beta}^* M_1$  и  $M \rightarrow_{\beta}^* M_2$ ?
3. Существует ли такая последовательность слабо нормализуемых термов  $M_0, M_1, M_2, \dots$ , что каждый  $M_n$  можно привести к нормальной форме за  $n$  редукций, но при этом длина последовательности редукций, получаемой применением нормальной стратегии, растёт быстрее любого многочлена от  $n$ ?
4. Существуют ли такие термы  $M$  и  $N$ , что оба  $M$  и  $N$  не слабо нормализуемы, а терм  $(MN)$  слабо нормализуем?
5. Существуют ли такие термы  $M$  и  $N$ , что  $M[x := N]$  слабо нормализуем, а сам  $M$  — нет?
- 6\*. Добавим к чистому бестиповому  $\lambda$ -исчислению константы  $\delta$  и  $\varepsilon$  и правило редукции  $(\delta M)M \rightarrow \varepsilon$ . Обладает ли полученное исчисление свойством Чёрча – Россера?